

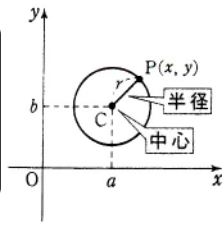


# 円の確認

## → 円の方程式～基本形(標準形)と一般形

### 円の方程式(標準形)

点  $(a, b)$  を中心とする半径  $r$  の円の方程式は  
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$   
 原点を中心とする半径  $r$  の円の方程式は  
 $x^2 + y^2 = r^2$



展開 ↓ ↑ 平方完成

### 円の方程式(一般形)

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$   
 $x, y$  の2次方程式で,  
 $x^2$  と  $y^2$  の係数が1で等しく,  $xy$  の項がない

## → 円の方程式の決定(中心と半径など)

中心, 半径がわかるなら…

円は中心と半径で決まる

標準形  $(x - \frac{a}{\uparrow})^2 + (y - \frac{b}{\uparrow})^2 = \frac{r^2}{\uparrow}$   
↑ 中心  $(a, b)$     ↑ 半径  $r$

## → 円の方程式の決定(通る3点など)

3点を通るなど, 特徴がつかめないときは…

一般形  $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  とおく

例) 通る3点が与えられたなら… 一般形の式に各点代入  
 → 連立3元1次方程式を解く

## → 円と直線の位置関係

円と直線の方程式を連立してできる2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の判別式  $D = b^2 - 4ac$  に注目すると, 次のようになる。

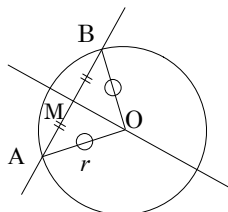
円と直線の位置関係	異なる二点で交わる	1点で交わる	共有点をもたない
$ax^2 + bx + c = 0$ の実数解	異なる2つの実数解	重解	実数解をもたない
$D$ の符号	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
中心と直線との距離 $d$ と半径 $r$ の大小関係	$d < r$	$d = r$	$d > r$

## → 円が直線から切り取る線分の長さの中点弦の長さの求め方

- ①  $OM \perp AB$  なので, 中心と直線の距離  $OM$  を求める。
- ② 線分  $AB$  の長さは,  $\triangle OAM$  に三平方の定理を適用して  
 $AB = 2AM = 2\sqrt{r^2 - OM^2}$

### 中点の座標の求め方

- ① 与えられた直線に垂直で中心を通る直線をつくる。
- ② ①で作った直線と与えられた直線の交点が弦の中点の座標となる。



## → 円の接線の方程式に関する取り扱い

場面場面で最適の方法を

公式・点と直線の距離・判別式・図形の性質  
 どれでも使えるように

解答中に用いるもの	傾き決定	接点	原点以外	計算量
$x_1x + y_1y = r^2$	△	○	×	△
$y - y_1 = m(x - x_1)$	$D = 0$	○	△	×
	$\frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	○	×	○

### ☞ 原点中心・円上の点があたえられたとき

円  $x^2 + y^2 = r^2$  上の点  $(a, b)$  における接線の方程式は

$$ax + by = r^2$$

### ☞ 原点中心・円外の点があたえられたときの一例

- ① 接点の座標を  $(a, b)$  などとおき, 円の方程式に代入
- ② 公式を用いて接点  $(a, b)$  における接線の方程式をつくる
- ③ 接線の条件(通る点)を②の式に代入
- ④ ①と③の式を連立して接点を求め, ②に代入

### ☞ 原点以外中心・円上の点があたえられたときの一例

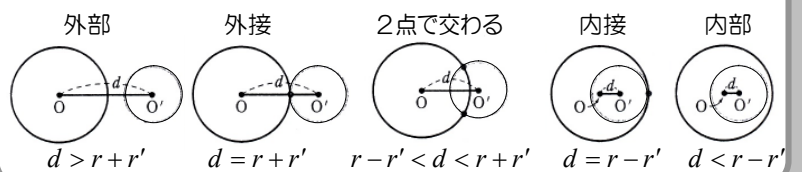
- ① 円の中心と接点を通る直線の傾きを求める
- ② 接線は①の傾きに垂直であることから, 接線の傾きを求める
- ③ ②で求めた傾きと通る点の条件から接線を求める

### ☞ 原点以外中心・円外の点があたえられたときの一例

- ① 接線の傾きを  $m$  として,  $(p, q)$  を通る直線の方程式  $y - q = m(x - p)$  を作る
- ② ①の式を一般形に変形して, 円の中心との距離  $d$  を求める
- ③ ②で求めた距離  $d$  と円の半径  $r$  が一致する( $d = r$ )ときの傾き  $m$  を求めて, 接線を作る

## → 2円の位置関係

2円の半径の和差と中心の距離の大小関係を調べる



- ① 2円の中心, 半径を求める
- ② 2円の中心間の距離を求める
- ③ ②の中心間の距離と半径の和・差を比較する

## → 2円の交点を通る円・直線

2円  $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0, x^2 + y^2 + px + qy + r = 0$  の交点を通る図形の方程式を次のようにおく

$$x^2 + y^2 + lx + my + n + k(x^2 + y^2 + px + qy + r) = 0$$

$k = -1$  ならば, 直線(2円の共通弦の方程式)

$k \neq -1$  ならば, 2円の交点を通る円

(ただし  $x^2 + y^2 + px + qy + r = 0$  を表すことはできない)

- ① 2円の交点を通る図形の方程式を作る
- ② 交点を通る直線を作るなら,  $k = -1$  を代入
- ③ 交点を通る円を作るなら, 通る点の座標を代入して  $k$  の値を求め, その値を①で作った式に代入して整理する