確認 円の確認

➔ 円の方程式～基本形（標準形）と一般形

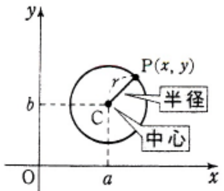
円の方程式（標準形）

点 $(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円の方程式は

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

原点を中心とする半径 r の円の方程式は

$$x^2+y^2=r^2$$



展開 ⇩ ⇧ 平方完成

円の方程式（一般形）

$$x^2+y^2+lx+my+n=0$$

x, y の２次方程式で，

x^2 と y^2 の係数が１で等しく，xy の項がない

➔ 円の方程式の決定（中心と半径など）

中心，半径がわかるなら…

円は中心と半径で決まる

標準形　$(x-\underset{\uparrow}{a})^2+(y-\underset{\uparrow}{b})^2=\underset{\uparrow}{r^2}$

中心 (a,b)　　半径 r

➔ 円の方程式の決定（通る3点など）

３点を通るなど，特徴がつかめないときは…

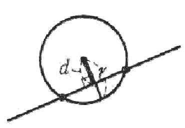
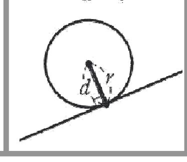
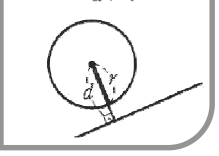
一般形　$x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく

例）通る３点が与えられたなら…　一般形の式に各点代入

→連立３元１次方程式を解く

➔ 円と直線の位置関係

円と直線の方程式を連立してできる２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式 $D=b^2-4ac$ に注目すると，次のようになる。

円と直線の位置関係	異なる二点で交わる	１点で交わる	共有点をもたない
$ax^2+bx+c=0$ の実数解	異なる２つの実数解	重解	実数解をもたない
D の符号	$D>0$	$D=0$	$D<0$
中心と直線との距離 d と半径 r の大小関係	$d<r$ 	$d=r$ 	$d>r$ 

➔ 円が直線から切り取る線分の長さと中点

弦の長さの求め方

① $\mathrm{OM}\perp\mathrm{AB}$ なので、中心と直線の距離 OM を求める。

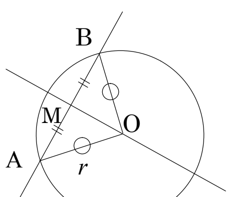
② 線分 AB の長さは、$\triangle\mathrm{OAM}$ に三平方の定理を適用して

$$\mathrm{AB}=2\mathrm{AM}=2\sqrt{r^2-\mathrm{OM}^2}$$

中点の座標の求め方

① 与えられた直線に垂直で中心を通る直線をつくる。

② ①で作った直線と与えられた直線の交点が弦の中点の座標となる。



➔ 円の接線の方程式に関する取り扱い

場面場面で最適の方法を

公式・点と直線の距離・判別式・図形の性質

どれでも使えるように

解答中に用いるもの		傾き決定	接点	原点以外	計算量
$x_1x+y_1y=r^2$		△	○	×	△
$y-y_1=m(x-x_1)$	$D=0$	○	△	○	×
	$\dfrac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	○	×	○	○

☞原点中心・円上の点があたえられたとき

円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 (a,b) における接線の方程式は

$$ax+by=r^2$$

☞原点中心・円外の点があたえられたときの一例

① 接点の座標を (a,b) などとおき，円の方程式に代入

② 公式を用いて接点 (a,b) における接線の方程式をつくる

③ 接線の条件（通る点）を②の式に代入

④ ①と③の式を連立して接点を求め，②に代入

☞原点以外中心・円上の点があたえられたときの一例

① 円の中心と接点を通る直線の傾きを求める

② 接線は①の傾きに垂直であることから，接線の傾きを求める

③ ②で求めた傾きと通る点の条件から接線を求める

☞原点以外中心・円外の点があたえられたときの一例

① 接線の傾きを m として、(p,q) を通る直線の方程式 $y-q=m(x-p)$ を作る

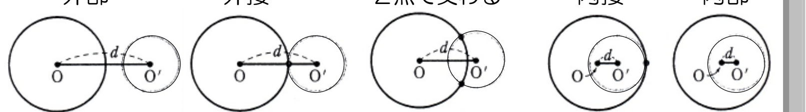
② ①の式を一般形に変形して、円の中心との距離 d を求める

③ ②で求めた距離 d と円の半径 r が一致する（$d=r$）ときの傾き m を求めて，接線を作る

➔ 2円の位置関係

2円の半径の和差と中心の距離の大小関係を調べる

外部　外接　2点で交わる　内接　内部



$d>r+r'$　$d=r+r'$　$r-r'<d<r+r'$　$d=r-r'$　$d<r-r'$

① ２円の中心、半径を求める

② ２円の中心間の距離を求める

③ ②の中心間の距離と半径の和・差を比較する

➔ 2円の交点を通る円・直線

２円 $x^2+y^2+lx+my+n=0$ 、$x^2+y^2+px+qy+r=0$ の交点を通る図形の方程式を次のようにおく

$$x^2+y^2+lx+my+n+k\left(x^2+y^2+px+qy+r\right)=0$$

$k=-1$ ならば、直線（2円の共通弦の方程式）

$k\neq-1$ ならば、2円の交点を通る円

（ただし $x^2+y^2+px+qy+r=0$ を表すことはできない）

① ２円の交点を通る図形の方程式を作る

② 交点を通る直線を作るなら、$k=-1$ を代入

③ 交点を通る円を作るなら、通る点の座標を代入して k の値を求め、その値を①で作った式に代入して整理する