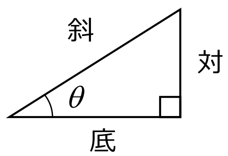
三角比　～基本の公式・解き方チェック～　不明なものは授業のプリントを見直そう

自分で　うめておこう

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$									
$\cos\theta$									
$\tan\theta$									

• 三角比の定義

$$\sin\theta=\frac{対辺}{斜辺},\ \cos\theta=\frac{底辺}{斜辺},\ \tan\theta=\frac{対辺}{底辺}$$



• 三角比の相互関係

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta},\quad \sin^2\theta+\cos^2\theta=1,\quad 1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

◎相互関係の問題　王道（相互関係）か、簡易版（三平方と定義）

①　$\cos\theta$，$\sin\theta$ が与えられた場合………『$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$』を利用

$\tan\theta$ が与えられた場合………………『$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$』を利用

②　$\sin^2\theta$，$\cos^2\theta$，$\tan^2\theta$ の値がわかったら…

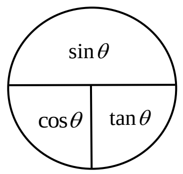
２乗の値を戻すときには±がつくので、

与えられた条件から**符号の吟味**

※ あらかじめ符号を確認しておくと良い

③　２つ目の三角関数がわかったら…

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ の利用



• 三角比の範囲

$(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$　$0\leqq\sin\theta\leqq1$

$-1\leqq\cos\theta\leqq1$

第２象限	第１象限
$90^\circ<\theta<180^\circ$	$0^\circ<\theta<90^\circ$
$\sin\theta>0$	$\sin\theta>0$
$\cos\theta<0$	$\cos\theta>0$
$\tan\theta<0$	$\tan\theta>0$

• 余角の公式・補角の公式

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$

$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$

$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$

$90^\circ-\theta$ は変化

$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$

$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$

$180^\circ-\theta$ は符号

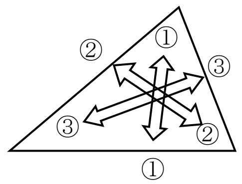
• 辺と角の大小関係

$a<b<c \iff A<B<C$

$a^2<b^2+c^2 \iff A<90^\circ$

$a^2=b^2+c^2 \iff A=90^\circ$

$a^2>b^2+c^2 \iff A>90^\circ$



• $\sin\theta,\ \cos\theta$ の三角方程式（１次式）

①　$\sin\theta=(数値)$，$\cos\theta=(数値)$　の形に整理する

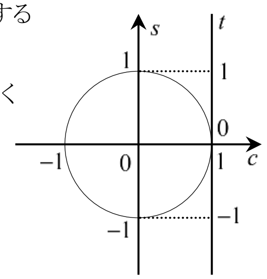
②　単位円をかく

③　①で整理した数値を次の規則に従って直線を引く

$\sin\theta\Rightarrow\ \sin\theta=(数値)$ の【横線】を引く

$\cos\theta\Rightarrow\ \cos\theta=(数値)$ の【縦線】を引く

④　③の直線と単位円の交点を定めて原点と結び、x 軸正の部分とのなす角を求める



※ sin は y 座標(タカサイン、高 sin)、cos は x 座標(ヨココサイン、横 cos)

• $\tan\theta$ の三角方程式（１次式）

①　$\tan\theta=(数値)$ の形に整理する

②　単位円と直線 $x=1$（(0, 1)を通る縦線）をかく

③　①で整理した数値を②でかいた直線上にとる

④　③の点と原点と結び、x 軸正の部分とのなす角を求める

• 直線 $y=mx$ と x 軸の正の向きとなす角

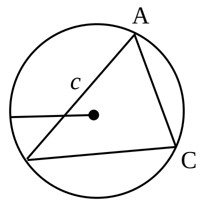
$m=\tan\theta$～直線の傾きと、なす角のタンジェント（正接）は等しい

• 正弦定理

◎「向かい合う辺と角」

△ABC の外接円の半径を R とすると

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



※　$\dfrac{○}{\sin△}=\dfrac{□}{\sin▽}$　や　$2R=\dfrac{○}{\sin△}$　**の形で用いる**

（ツーペア）　　（ワンペア）

◎「辺の比＝正弦(sin)の比」　$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

• 余弦定理

◎「2辺とそのはさむ角⇒向いの辺」

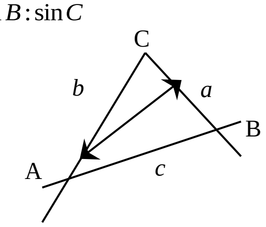
$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

※ 余弦定理はことばで覚える

向かいの辺の2乗は、

はさむ辺の2乗足すはさむ辺の2乗

引くこと2倍のはさむ辺掛けるはさむ辺掛ける間の角のコサイン



◎「3辺⇒角(余弦 cos)」　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

※ 正弦定理・余弦定理は図を描いて考える習慣をもとう

• 三角形を解く（三角形の解法）

※ 角を求めるときの注意

～ 角を求めるときに、正弦定理でも余弦定理でも求めることができる場合がある。その際、次のような注意が必要である

正弦定理 … 計算は楽だが、角度の吟味が必要

余弦定理 … 計算は少し複雑だが、ただ1通りに決まる

※ 2辺1対角が与えられたとき、三角形は1通りに決まるとは限らない！

• 正弦定理・余弦定理の応用

※ 比の形で与えられたとき

・$\sin\theta$ → 正弦定理 $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$ の活用

・辺の比 → k などの文字を用いて表す

$a:b:c=3:4:5$　なら　$a=3k,\ b=4k,\ c=5k$

・角度の比 → 内角の和 180° を比率ごとに分ける

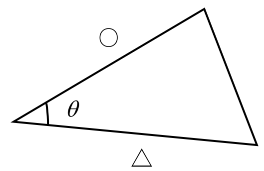
比と分数の表記は同じであることに注意！

例）　$a:b:c=3:4:5 \iff \dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{4}=\dfrac{c}{5}$

• 三角形の面積

※ はさむ辺と間の角から面積を求める

$$S=\frac{1}{2}\times○\times△\times\sin\theta$$



※3辺の長さのみ与えられた場合

…「余弦定理→相互関係→面積公式」

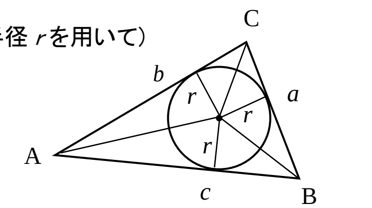
… 辺がすべて整数なら「ヘロンの公式」も

$2s=a+b+c$ **とすると** $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

※内接円の半径

三角形の面積(内接円の半径 r を用いて)

$$S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$$



• 空間図形

※ 空間(図形)は平面(図形)で考えるのが基本

※「表面 → 断面」の流れを用いることが多い

※ 四面体(三角錐) → 底面の外接円の半径(正弦定理)

または「表面 → 断面」

※ 正四面体 → 底面の外接円の半径(正弦定理)

または 重心(中線を 1:2 に内分)の利用