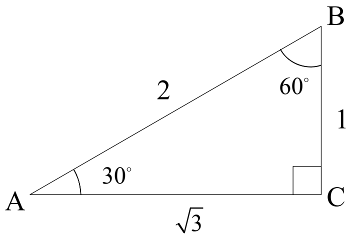
さらに特別な角の三角比の確認

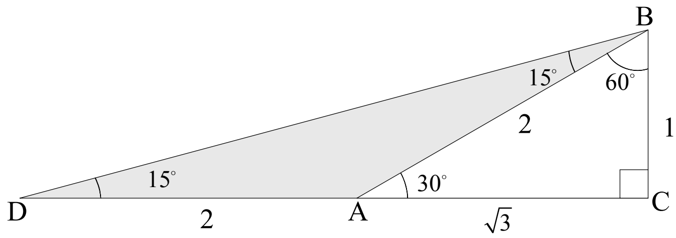
確認

★ 特別な角の三角比からさらに特別な角の三角比を求めよう。

60° や 135° など特別な角の三角比の値はよく用いますね。
これらの特別な角以外に、一般的な図形から求められる三角比の値はないでしょうか？



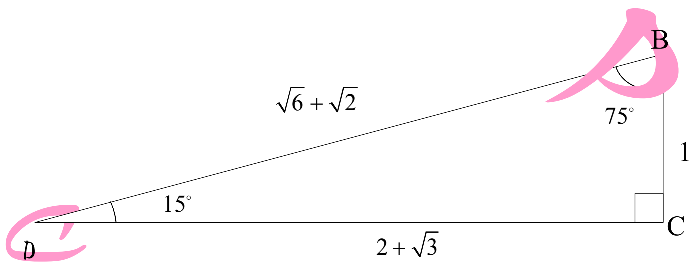
まずは $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形を用意します。この直角三角形は 辺の長さが $1:2:\sqrt{3}$ となりますね。



そこに 15° を等しい角とする二等辺三角形を図のように付け加えます。すると△BCD で三平方の定理を用いると，

$$BD = \sqrt{1^2 + \left(2+\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{8+4\sqrt{3}} = \sqrt{8+2\sqrt{12}} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$$

となります。



△BCD に注目すると

$$\sin 15^\circ = \frac{BC}{BD} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{CD}{BD} = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{6-2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

同様にして

$$\sin 75^\circ = \frac{CD}{BD} = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{6-2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^\circ = \frac{BC}{BD} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\left(180^\circ - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\cos\left(180^\circ - \theta\right) = -\cos\theta$$

これらに補角の公式を適用すると

$$\sin 105^\circ = \sin\left(180^\circ - 75^\circ\right) = \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 105^\circ = \cos\left(180^\circ - 75^\circ\right) = -\cos 75^\circ = \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

このようにして 15° や $75^\circ, 105^\circ$ といったさらに特別な角の三角比の値を求めることができます。
必ずおぼえなくてはいけないわけではないですが、おぼえておくと一手間減るでしょう。