確認 平方根の確認

◇◆◇　平方根の整理 ◇◆◇

根号の中の数がある数の２乗を含むときは、根号の外に出し簡単にする。

$$\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b}$$

例）

$$\sqrt{50}=\sqrt{2\times5^2}=5\sqrt{2}$$
$$\sqrt{8k^3}=\sqrt{2^3k^3}=2|k|\sqrt{2k}$$

文字を含むときは
絶対値のはずし方に
注意！

分母に根号があれば、有理化をする。

《分母が単項》 $\dfrac{A}{\sqrt{b}}=\dfrac{A}{\sqrt{b}}\times\boxed{\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}}=\dfrac{A\sqrt{b}}{b}$

《分母が二項

$$\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{A}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\times\boxed{\dfrac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}}=\dfrac{A\sqrt{a}-A\sqrt{b}}{a-b}\\[2ex] \dfrac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{A}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\times\boxed{\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}}=\dfrac{A\sqrt{a}+A\sqrt{b}}{a-b}\end{cases}$$

約分すると１になるように**分母分子は同じ形。**
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
の活用で分母から根号を消すよう考える！

《分母が三項》

$$\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{A}{\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)+\sqrt{c}\right\}}\times\boxed{\frac{\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{c}\right\}}{\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{c}\right\}}}=\frac{A\times\left\{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{c}\right\}}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-c}$$

$$=\frac{A\times\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{(a+b-c)+2\sqrt{ab}}=\frac{A\times\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)\times\boxed{\left\{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\right\}}}{\left\{(a+b-c)+2\sqrt{ab}\right\}\times\boxed{\left\{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\right\}}}$$

$$=\frac{A\times\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)\times\left\{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\right\}}{(a+b-c)^2-4ab}$$

一気に有理化しようとしてはだめ！

二度に分けて有理化を行う！

二重根号になっていたらはずす。

$$\sqrt{\underset{\text{和}}{(a+b)}\pm2\sqrt{\underset{\text{積}}{ab}}}=\sqrt{\underset{\text{大}}{a}}\pm\sqrt{\underset{\text{小}}{b}}$$

例）

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(3+2)+2\sqrt{3\times2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$
$$\sqrt{6-\sqrt{20}}=\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\times1}}=\sqrt{5}-1$$
$$\sqrt{3+\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{(5+1)+2\sqrt{5\times1}}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$$

ばらしたときに
大きな数を先に
小さい数を後ろにする習慣を

確認 対称式・整数部分小数部分の鉄則

◇◆◇　対称式 ◇◆◇

x と y の文字を入れ替えても元の式と変わらない式を「x と y の対称式」という

基本対称式

$x+y$, xy

すべての対称式は基本対称式の式として表される

準基本対称式

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$$

方針☞ 与えられた値をそのまま対称式に代入すると、計算がめんどうに。
『与えられた値』と『対称式』を変形してから代入を!!

手順☞ ① 与えられた x と y の値を整理
② $x+y,\ xy,\ x^2+y^2$ を計算！
③ 問われている式を $x+y,\ xy$ で表現して代入

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=(x+y)\{(x+y)^2-3xy\}$$
$$=(x+y)^3-3xy(x+y)$$
$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$$
$$x^3+y^3+z^3=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz$$
$$=(x+y+z)^3-3(x+y+z)(xy+yz+zx)+3xyz$$
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{y}{xy}+\frac{x}{xy}=\frac{x+y}{xy}$$

etc.

◇◆◇　整数部分と小数部分を求める ◇◆◇

与えられた値を x とすると

整数部分… $n \leqq x < n+1$ を満たす整数 n

小数部分…(x の小数部分) $= x-($ x の整数部分 $)$

※ 整数部分となる整数ｎを見つけるのがポイント！

手順☞ ① 与えられた x と y の値を整理

例☞ $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とする

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$$

手順☞ ② 根号の値の大きさを考える

$1<3<4$ より，$\sqrt{1^2}<\sqrt{3}<\sqrt{2^2}$ なので

$$1<\sqrt{3}<2$$

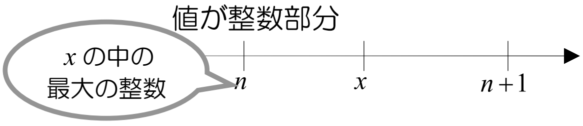
手順☞ ③ 加減乗除で①の式を作る

両辺に２を加えて

$$3<2+\sqrt{3}<4$$

手順☞ ④ 数直線をイメージすると、左の値が整数部分

よって整数部分 a は　$a=3$



手順☞ ⑤ 小数部分は①で整理した式から整数部分を引く

また小数部分 b は　$b=(2+\sqrt{3})-a$

$$=2+\sqrt{3}-3$$
$$=\sqrt{3}-1$$