



平方根の確認

◆◆◆ 平方根の整理 ◆◆◆

根号の中の数がある数の2乗を含むときは、根号の外に出し簡単にする。

$$\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$$

例)

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8k^3} = \sqrt{2^3 k^3} = 2|k|\sqrt{2k}$$

文字を含むときは
絶対値のはずし方に
注意!

分母に根号があれば、有理化をする。

《分母が単項》 $\frac{A}{\sqrt{b}} = \frac{A}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{A\sqrt{b}}{b}$

《分母が二項》 $\left\{ \begin{aligned} \frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} &= \frac{A}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \times \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{A\sqrt{a}-A\sqrt{b}}{a-b} \\ \frac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} &= \frac{A}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \times \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{A\sqrt{a}+A\sqrt{b}}{a-b} \end{aligned} \right.$

《分母が三項》 $\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{A}{\{(\sqrt{a}+\sqrt{b})+\sqrt{c}\}} \times \frac{\{(\sqrt{a}+\sqrt{b})-\sqrt{c}\}}{\{(\sqrt{a}+\sqrt{b})-\sqrt{c}\}} = \frac{A \times \{(\sqrt{a}+\sqrt{b})-\sqrt{c}\}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - c}$
 $= \frac{A \times (\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c})}{(a+b-c)+2\sqrt{ab}} = \frac{A \times (\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}) \times \{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\}}{\{(a+b-c)+2\sqrt{ab}\} \times \{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\}}$
 $= \frac{A \times (\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}) \times \{(a+b-c)-2\sqrt{ab}\}}{(a+b-c)^2 - 4ab}$

約分すると1になるように分母分子は同じ形。
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
の活用で分母から根号を消すよう考える!

一気に有理化しようとしてはだめ!

二度に分けて有理化を行う!

二重根号になっていたらはずす。

$$\sqrt{\underbrace{(a+b)}_{和} \pm 2\sqrt{\underbrace{ab}_{積}}} = \sqrt{\underbrace{a}_{大}} \pm \sqrt{\underbrace{b}_{小}}$$

例)

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)+2\sqrt{3 \times 2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{6-\sqrt{20}} = \sqrt{(5+1)-2\sqrt{5 \times 1}} = \sqrt{5} - 1$$

$$\sqrt{3+\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{(5+1)+2\sqrt{5 \times 1}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$$

ばらしたときに
大きな数を先に
小さい数を後ろにする習慣を



対称式・整数部分小数部分の鉄則

◇◆◇ 対称式 ◇◆◇

x と y の文字を入れ替えても元の式と変わらない式を「 x と y の対称式」という

基本対称式

$$x + y, xy$$

すべての対称式は
基本対称式の式
として表される

準基本対称式

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

方針☞ 与えられた値をそのまま対称式に
代入すると、計算がめんどくに。

『与えられた値』と『対称式』を
変形してから代入を!!

- 手順☞ ① 与えられた x と y の値を整理
 ② $x + y, xy, x^2 + y^2$ を計算!
 ③ 問われている式を $x + y, xy$ で
表現して代入

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)\{(x + y)^2 - 3xy\}$$
$$= (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz$$
$$= (x + y + z)^3 - 3(x + y + z)(xy + yz + zx) + 3xyz$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{x + y}{xy}$$

etc.

◇◆◇ 整数部分と小数部分を求める ◇◆◇

与えられた値を x とすると

整数部分... $n \leq x < n + 1$ を満たす整数 n

小数部分... (x の小数部分) = $x - (x$ の整数部分)

※ 整数部分となる整数 n を見つけるのがポイント!

手順☞ ① 与えられた x と y の値を整理

例☞ $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする

手順☞ ② 根号の値の大きさを考える

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

手順☞ ③ 加減乗除で①の式を作る

$$1 < 3 < 4 \text{ より, } \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{2^2} \text{ なので}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

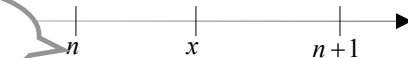
手順☞ ④ 数直線をイメージすると、左の
値が整数部分

両辺に 2 を加えて

$$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$$

よって整数部分 a は $a = 3$

x の中の
最大の整数



手順☞ ⑤ 小数部分は①で整理した式から
整数部分を引く

また小数部分 b は $b = (2 + \sqrt{3}) - a$

$$= 2 + \sqrt{3} - 3$$

$$= \sqrt{3} - 1$$