データの分析【仮説検定】　p.194～197

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

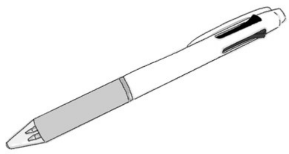
【内容目標】推測が正しいかどうかを判断する方法を学ぼう

□仮説検定の考え方

集団に対して調査を行う場合，調べたい集団の全体のデータを集めることは困難な場合が多い。そのようなときに，調べたい集団から一部を抜き出して，そのデータから集団全体の状況を推測することがある。

ここでは，その推測が正しいかどうかを判断する1つの考え方について学ぼう。

ボールペンを製造している会社が，すでに販売しているボールペンAを改良して新製品Bを開発した。BがAよりも書きやすいと消費者に評価されるかを調査したいと考えたが，すべての消費者を調査するのは不可能である。



そこで，無作為に選んだ30人に2つのボールペンA，Bを使ってもらい，どちらが書きやすいと感じるかを回答してもらった。その結果を集計したところ，70 % にあたる21人がBと回答した。この回答のデータから，

[1]　Bの方が書きやすいと評価される

と判断できるだろうか。

この問題を解決するために，[1]の主張に反する次の仮定を立てよう。

[2]　A，Bのどちらの回答も全くの偶然で起こる

すなわち，A，Bのどちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2}=0.5$ である，という仮定を立てる。その仮定のもとで，30人中21人以上がBと回答する確率がどれくらいかを考察しよう。

[2]の仮定は，公正な1枚のコインを投げる実験にあてはめることができる。ここでは，コインの表が出る場合を，Bと回答する場合とする。

そして，コイン投げを30回行うことを1セットとし，1セットで表の出た回数を記録していく。

この実験を200セット繰り返したところ，次の表のような結果となった。

表の回数	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	3	3	12	16	22	22	31	31	22	14	12	6	2	1	1	200

<補足>　この実験の代わりに，コンピュータでシミュレーションを行ってもよい。

上の表から，21回以上表が出たのは，200セットのうち $2+1+1=4$ セットであり，相対度数は $\frac{4}{200}=0.02$ である。

つまり，A，B のどちらの回答も全くの偶然で起こるとした [2] の仮定のもとでは，21 人以上が B と回答する確率は0.02 程度であると考えられる。

これは見方を変えると，0.02 程度という確率の小さいことが起こったのだから，そもそも [2] の仮定が正しくなかったと考えられる。そう考えると，[1] の主張は正しい，つまり B の方が書きやすいと評価されると判断してよさそうである。

得られたデータをもとに，ある主張が正しいかどうかを判断する，右のような手法を **仮説検定** という。

また，上では 0.02 を確率が小さいとしたが，仮説検定では基準となる確率をあらかじめ決めておき，それより小さければ確率が小さいと判断する。

主張 [1] が正しいと判断できるか

対立仮説（Alternative hypothesis，H_a や H_1 で表す）という

主張 [2] (主張 [1] と反する仮定) を立てる

帰無仮説（きむかせつ null hypothesis H_0 で表す）という

主張 [2] のもとで，実際に起こった出来事が起こる確率を調べる

実際に起こった出来事が起こる確率はかなり小さい

そもそも，主張 [2] の仮定が正しくなかった

主張 [1] は正しいと判断してもよいと考えられる

例１３） 194 ページの調査で，30 人中 19 人が B と回答したとする。

主張 [1]　B の方が書きやすいと評価される

が正しいと判断できるか。基準となる確率を 0.05 として考察してみよう。

前ページのコイン投げの実験結果を利用すると，

19 回以上表が出る場合の相対度数は

表の回数	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	計
度数	2	3	3	12	16	22	22	31	31	22	14	12	6	2	1	1	200

$$\frac{12+6+2+1+1}{200}=\frac{22}{200}=0.11$$

これは 0.05 より大きいから，

主張 [2]　A，B のどちらの回答も全くの偶然で起こる

は否定できない。

したがって，B の方が書きやすいと評価されるとは判断できない。

終

＜注意＞　例１３ について，「主張 [2] が正しい」という判断ができるわけではない。

なお，前ページや上の例１３ ではコイン投げの実験結果を利用しているが，通常は計算で確率を求め，それを利用する。

発展　仮説検定と反復試行の確率

194，195 ページのボールペンの書きやすさの調査に関する仮説検定において，「A，B のどちらの回答も全くの偶然で起こる」という仮定のもとで，30 人中 21 人以上がBと回答する確率を，コイン投げの実験を通して考えた。この確率は，数学 A で学習する次の「反復試行の確率」を用いると，計算することができる。

その結果が偶然によって決まる実験や観測を試行という。また，試行の結果として起こる事柄を **事象** という。

> **反復試行の確率（数学Aのおさらい）**
> 1 回の試行で事象 A の起こる確率を p とする。
> この試行を n 回繰り返し行うとき，事象 A がちょうど r 回起こる確率は
> $${}_n\mathrm{C}_r p^r (1-p)^{n-r}$$

<補足>　${}_n\mathrm{C}_r$ は異なる n 個のものから r 個取り出して作る組合せの総数を表す。

A，B どちらの回答の起こる確率も $\frac{1}{2}$ であるという仮定が正しいとする。
このとき，30 人中 21 人以上が B と回答する確率は

$$
{}_{30}\mathrm{C}_{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{21}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-21}+{}_{30}\mathrm{C}_{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{22}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-22}+\cdots\cdots
$$
$$
+{}_{30}\mathrm{C}_{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{29}\left(\frac{1}{2}\right)^{30-29}+\left(\frac{1}{2}\right)^{30}
$$

となる。これをコンピュータで計算すると，$\frac{22964087}{1073741824}=0.0213\cdots\cdots$

となる。195 ページのコイン投げの実験で求めた相対度数 0.02 は，この確率と近い値である。

> 補足　コインを投げたときの表の枚数は二項分布に従い，更に投げる回数が十分に大きい場合は正規分布に近似できる。このような正規分布を利用した仮説検定は２年生の数学Ｂで行う。