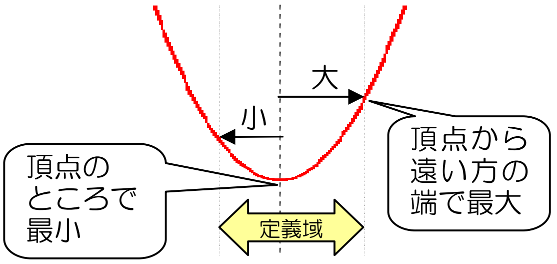
確認 ２次関数の最大最小の確認

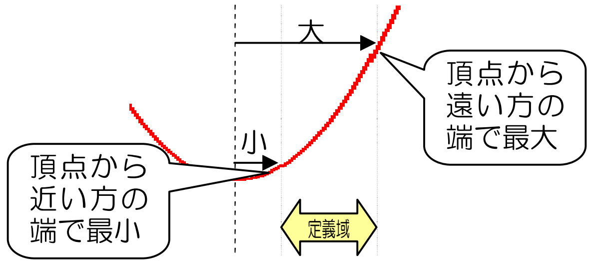
◇◆◇ 頂点の位置が決め手 ◇◆◇

最大・最小を求めるとき，色々な場合に分かれているが，その理由は**頂点(軸)が定義域に対してどの位置にあるか**ということである．例えば，下に凸の２次関数では次のように分けられる．

１．頂点が定義域の内にあるとき



２．頂点が定義域の外にあるとき



つまり，頂点(軸)が，**定義域の内にあるか外にあるか**，また，その頂点(軸)が**定義域の中央の位置の左右のどちらにあるか**，によっていろいろな場合がある．

◇◆◇ 場合分けをする最大・最小 ◇◆◇

最大最小の問題の中には，定義域や関数の係数に文字を含むものがある．そのような関数は

軸と定義域の位置関係で場合分け

をしなくてはいけない．そこで次のような手順で考えてみよう．

① **一般形は標準形に．**
頂点や軸、凸の向き、定義域の真ん中の値，定義域の端での y の値などを調べる．
※解答にもわかったことをしっかりと書いておく。
※定義域の真ん中の値は、定義域の端の値を足して２で割る。($a \leqq x \leqq b$ → $\dfrac{a+b}{2}$)

② **a の正負によって次のように考える．**

$y=a(x-p)^2+q$ ($b \leqq x \leqq c$) **軸：直線** $x=p$ **定義域の中央：** $x=d\left(=\dfrac{b+c}{2}\right)$ **とすると，**

下に凸 $a>0$

最小値を求める場合

① $p<b$ (軸)＜(定義域の左端の値)
② $b \leqq p \leqq c$ (定義域の左端の値)≦(軸)≦(定義域の右端の値)
③ $c<p$ (定義域の右端の値)＜(軸)

最大値を求める場合

① $p<d$ (軸)＜(定義域の真ん中の値)
② $p=d$ (軸)＝(定義域の真ん中の値)
③ $d<p$ (定義域の真ん中の値)＜(軸)

の３通りに場合分けをしてグラフの概形を書いてみる
※グラフの概形が描きづらければ，範囲内にある数字を実際に代入してかいてみるとよい

上に凸　$a<0$

最小値を求める場合

①	$p<d$	（軸）＜（定義域の真ん中の値）
②	$p=d$	（軸）＝（定義域の真ん中の値）
③	$d<p$	（定義域の真ん中の値）＜（軸）

最大値を求める場合

①	$p<b$	（軸）＜（定義域の左端の値）
②	$b \leqq p \leqq c$	（定義域の左端の値）≦（軸）≦（定義域の右端の値）
③	$c<p$	（定義域の右端の値）＜（軸）

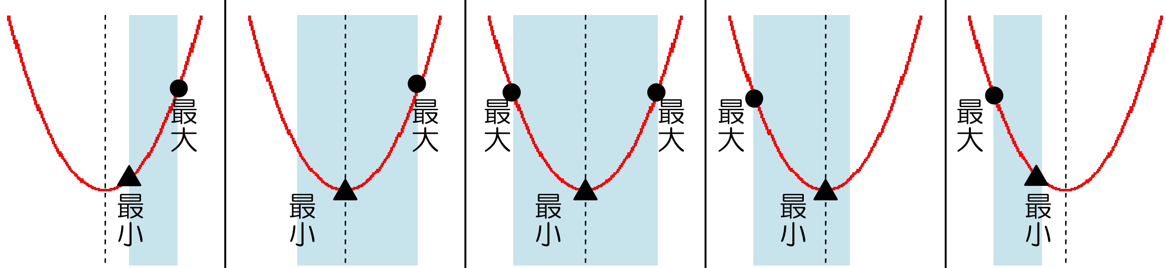
の３通りに場合分けをしてグラフの概形を書いてみる
※グラフの概形が描きづらければ，範囲内にある数字を実際に代入してかいてみるとよい

③　かいたグラフから、最大値や最小値を見つけて、出た値を整理する

わかった最大値・最小値は　最大値 $\begin{cases} \bigcirc & (p<d) \\ \triangle & (p=d) \\ \square & (d<p) \end{cases}$　などのように、

どのような条件の時の最大最小であるか整理しておくとよい

※ 図でも判断できるようにしておこう！

<table>
<tr><td colspan="5">最大値を求める場合</td></tr>
<tr><td colspan="2">①</td><td>②</td><td colspan="2">③</td></tr>
<tr><td>軸が定義域の
外で左側</td><td>軸が定義域の
内で左より</td><td>軸が定義域の
中央</td><td>軸が定義域の
内で右より</td><td>軸が定義域の
外で右側</td></tr>
<tr><td colspan="5">
</td></tr>
<tr><td>①</td><td colspan="3">②</td><td>③</td></tr>
<tr><td colspan="5">最小値を求める場合</td></tr>
</table>