積分法とその応用【部分積分法】　p.146～147

□部分積分法

積の導関数の公式　$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ より，$f(x)g(x)$ は右辺の関数の原始関数である。

よって　$\displaystyle\int\{f(x)g(x)\}'dx=\int f'(x)g(x)dx+\int f(x)g'(x)dx$

$$f(x)g(x)=\int f'(x)g(x)dx+\int f(x)g'(x)dx$$

$$f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx=\int f(x)g'(x)dx$$

置換積分法により，次の **部分積分法** の公式が成り立つ。

マイナス

部分積分法

4　$\displaystyle\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$

そのまま　微分

$$\int \overline{f(x)}\,\underline{\underline{g'(x)}}\,dx=\overline{f(x)}\,g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

積分　そのまま

ポイント

1．積分したい関数が「２つの関数の掛け算」である

2．片方の関数が微分すると簡単な関数になる

（もう片方は積分しても余り複雑にならない関数だと嬉しい）

例題４）　不定積分 $\displaystyle\int x\cos x\,dx$ を求めよ。

積分	$\frac{1}{2}x^2$	$\sin x$
	x	$\cos x$
微分	1	$-\sin x$

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする

シンプルな組合せの方に $\int$ を付ける

解答　$\displaystyle\int x\cos x\,dx=x\cdot\sin x-\int 1\cdot\sin x\,dx$

$$=x\sin x-\int\sin x\,dx$$

$$=x\sin x+\cos x+C$$

深める　例題4 の解答では，公式 4 において $f(x)=x$，$g'(x)=\cos x$ と考えている。
$f(x)=\cos x$，$g'(x)=x$ と考えて公式 4 を適用してみよう。このことから，
$f(x)=x$，$g'(x)=\cos x$ と考えた理由を説明してみよう。

上の表の点線の矢印の組合せとなり、
組合せとなり、
積の形が解消されない

積分法とその応用【部分積分法】　p.146～147

□部分積分法（つづき）

ポイント

１．積分したい関数が「２つの関数の掛け算」である

２．片方の関数が微分すると簡単な関数になる

（もう片方は積分しても余り複雑にならない関数だと嬉しい）

応用例題１）　不定積分 $\int \log x\,dx$ を求めよ。

$\log x = 1\cdot\log x$ とみる

積分	x	?
	1	$\log x$
微分	0	$\dfrac{1}{x}$

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする

解答　$\displaystyle\int 1\cdot\log x\,dx = x\cdot\log x - \int x\cdot\frac{1}{x}dx$

$\displaystyle = x\log x - \int dx$

$= x\log x - x + C$

シンプルな組合せの方に $\int$ を付ける

応用例題２）　不定積分 $\int x^2e^x dx$ を求めよ。

積分	$\dfrac{1}{3}x^3$	e^x
	x^2	e^x
微分	$2x$	e^x

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする

解答　$\displaystyle\int x^2e^x dx = x^2\cdot e^x - \int 2x\cdot e^x dx$

$\displaystyle = x^2e^x - 2\boxed{\int x\cdot e^x dx}$

$\displaystyle = x^2e^x - 2\left(\boxed{x\cdot e^x - \int 1\cdot e^x dx}\right) + C$

$= x^2e^x - 2(x\cdot e^x - e^x) + C$

$= x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + C$

$= (x^2 - 2x + 2)e^x + C$

シンプルな組合せの方に $\int$ を付ける

$\int x\cdot e^x dx$ を部分積分（２回目）

積分	$\dfrac{1}{2}x^2$	e^x
	x	e^x
微分	1	e^x