

□部分積分法

積の導関数の公式  $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$  より,  $f(x)g(x)$  は右辺の関数の原始関数である。

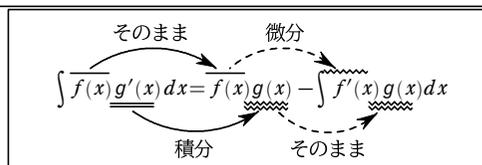
$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \int \{f(x)g(x)\}' dx &= \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx \\ f(x)g(x) &= \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx \\ f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx &= \int f(x)g'(x) dx \end{aligned}$$

置換積分法により, 次の **部分積分法** の公式が成り立つ。

マイナス

**部分積分法**

$$4 \quad \int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$$



ポイント

1. 積分したい関数が「2つの関数の掛け算」である
2. 片方の関数が微分すると簡単な関数になる  
(もう片方は積分しても余り複雑にならない関数だと嬉しい)

**例題 4)** 不定積分  $\int x \cos x dx$  を求めよ。

積分	$\frac{1}{2}x^2$	$\sin x$
	$x$	$\cos x$
微分	1	$-\sin x$

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする



**解答**  $\int x \cos x dx = x \cdot \sin x - \int 1 \cdot \sin x dx$   
 $= x \sin x - \int \sin x dx$   
 $= x \sin x + \cos x + C$

シンプルな組合せの方に  $\int$  を付ける

**深める** 例題4の解答では, 公式4において  $f(x) = x, g'(x) = \cos x$  と考えている。

$f(x) = \cos x, g'(x) = x$  と考えて公式4を適用してみよう。このことから,  $f(x) = x, g'(x) = \cos x$  と考えた理由を説明してみよう。

上の表の点線の矢印の組合せとなり, 積の形が解消されない

□部分積分法 (つづき)

ポイント

1. 積分したい関数が「2つの関数の掛け算」である
2. 片方の関数が微分すると簡単な関数になる  
(もう片方は積分しても余り複雑にならない関数だと嬉しい)

応用例題 1) 不定積分  $\int \log x dx$  を求めよ。

$\log x = 1 \cdot \log x$ とみる	
-------------------------------	--

積分	$x$	?
	$1$	$\log x$
微分	$0$	$\frac{1}{x}$

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする

解答  $\int 1 \cdot \log x dx = x \cdot \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$

$= x \log x - \int dx$

$= x \log x - x + C$

シンプルな組合せの方に  $\int$  を付ける

応用例題 2) 不定積分  $\int x^2 e^x dx$  を求めよ。

積分	$\frac{1}{3}x^3$	$e^x$
	$x^2$	$e^x$
微分	$2x$	$e^x$

掛け算されている関数をそれぞれ微分・積分して表にする

解答  $\int x^2 e^x dx = x^2 \cdot e^x - \int 2x \cdot e^x dx$

$= x^2 e^x - 2 \int x \cdot e^x dx$

$= x^2 e^x - 2 \left( x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right) + C$

$= x^2 e^x - 2(x \cdot e^x - e^x) + C$

$= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C$

$= (x^2 - 2x + 2)e^x + C$

シンプルな組合せの方に  $\int$  を付ける

$\int x \cdot e^x dx$  を部分積分 (2回目)

積分	$\frac{1}{2}x^2$	$e^x$
	$x$	$e^x$
微分	$1$	$e^x$