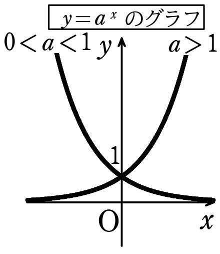
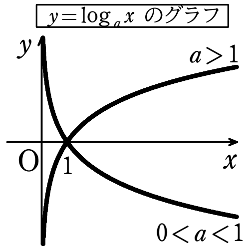
極限【指数関数、対数関数の極限】　p.55

【内容目標】 指数関数や対数関数のときの極限値を考えられるようになろう。

□指数関数，対数関数の極限





指数関数の極限については，次のことがいえる。

$a>1$ のとき　$\lim\limits_{x\to\infty} a^x=\infty$，　$\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=0$

$0<a<1$ のとき $\lim\limits_{x\to\infty} a^x=0$，　$\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=\infty$

対数関数の極限については，次のことがいえる。

$a>1$ のとき　$\lim\limits_{x\to\infty}\log_a x=\infty$，　$\lim\limits_{x\to+0}\log_a x=-\infty$

$0<a<1$ のとき　$\lim\limits_{x\to\infty}\log_a x=-\infty$，　$\lim\limits_{x\to+0}\log_a x=\infty$

基本の極限は
グラフと合わせて覚えておこう

練習２９） 次の極限を求めよ。

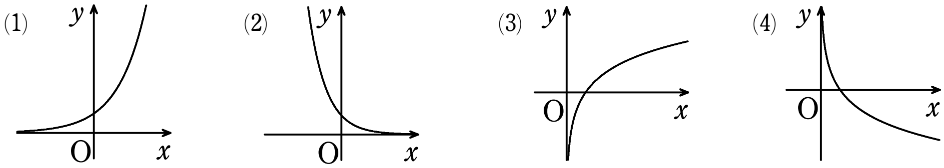
(1)　$\lim\limits_{x\to-\infty} 2^x$　　底 2 は，$2>1$ であるから　$\lim\limits_{x\to-\infty} 2^x=0$

(2)　$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$　　底 $\dfrac{1}{3}$ は，$0<\dfrac{1}{3}<1$ であるから　$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x=0$

(3)　$\lim\limits_{x\to\infty}\log_2 x$　　底 2 は，$2>1$ であるから　$\lim\limits_{x\to\infty}\log_2 x=\infty$

(4)　$\lim\limits_{x\to+0}\log_{0.5} x$　　底 0.5 は，$0<0.5<1$ であるから　$\lim\limits_{x\to+0}\log_{0.5} x=\infty$

指数関数の極限
対数関数の極限



例題１２改） 次の極限を求めよ。

(1) $\lim\limits_{x\to\infty} 2^{-2x}$　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\dfrac{2x+3}{x}$　(3) $\lim\limits_{x\to\infty}(3^x-2^{2x})$　(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\{\log_2(4x+1)-\log_2(x-1)\}$

解答　(1)　$x\longrightarrow\infty$ のとき $-2x\longrightarrow-\infty$ であるから　$\lim\limits_{x\to\infty} 2^{-2x}=0$

(2)　$\dfrac{2x+3}{x}=2+\dfrac{3}{x}$ であるから，$x\longrightarrow\infty$ のとき　$\dfrac{2x+3}{x}=2+\boxed{\dfrac{3}{x}}\longrightarrow 2$

よって　$\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\dfrac{2x+3}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\left(2+\boxed{\dfrac{3}{x}}\right)=\log_2 2=1$

(3)　$\lim\limits_{x\to\infty}(3^x-2^{2x})=\lim\limits_{x\to\infty}(3^x-4^x)=\lim\limits_{x\to\infty}4^x\left\{\boxed{\left(\dfrac{3}{4}\right)^x}-1\right\}=-\infty$

速いほうでくくる

(4)　$\lim\limits_{x\to\infty}\{\log_2(4x+1)-\log_2(x-1)\}=\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\boxed{\dfrac{4x+1}{x-1}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\left(4+\dfrac{5}{x-1}\right)$

$=\log_2 4$

$=2$

対数の性質

$A=B\times Q+R$

$\dfrac{4(x-1)+5}{x-1}$

別解　$\lim\limits_{x\to\infty}\{\log_2(4x+1)-\log_2(x-1)\}=\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\dfrac{4x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\log_2\dfrac{4+\boxed{\dfrac{1}{x}}}{1-\boxed{\dfrac{1}{x}}}=\log_2 4=2$