

20°Cの水と30°Cの水を足すと
50°Cの水にならないのはなぜか？

北海道小樽桜陽高等学校

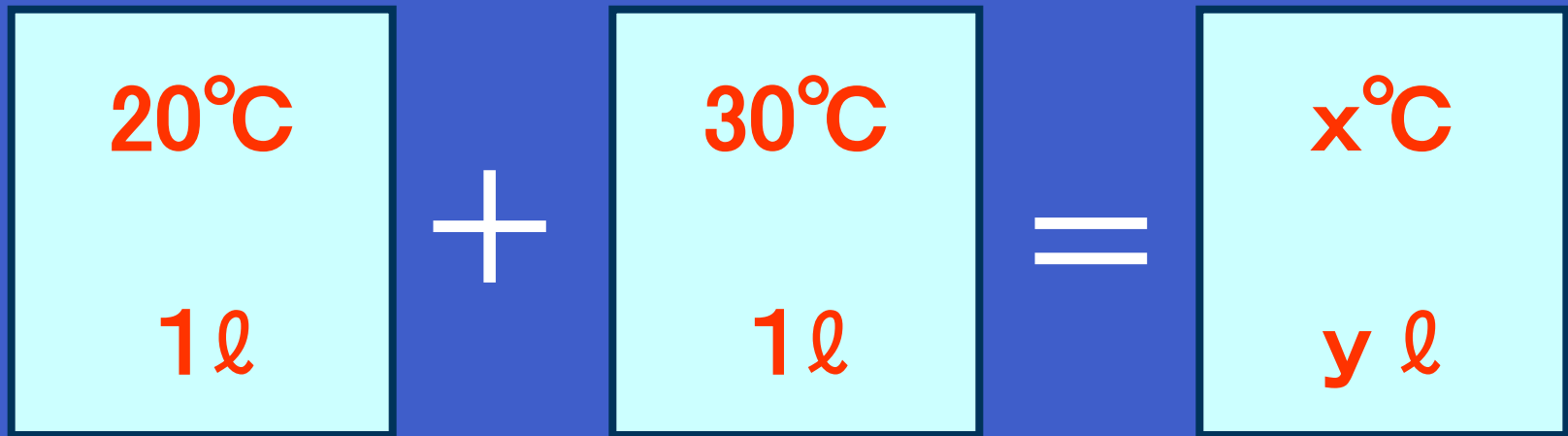
若林 理一郎

考えるきっかけ

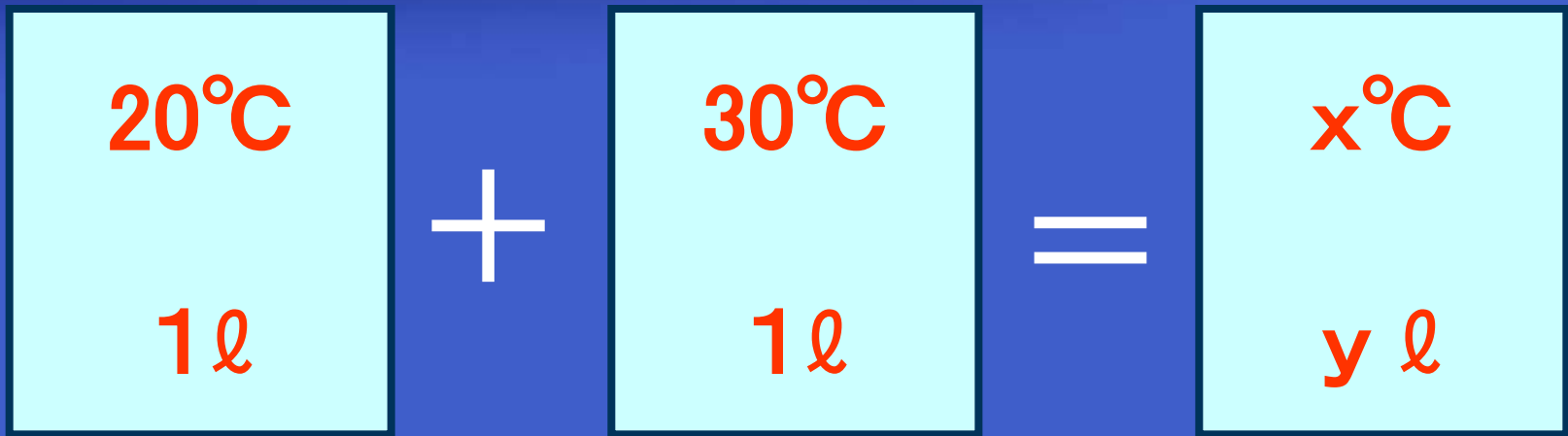
- 1 大学生の頃、「 20°C の水 + 30°C の水」は、「 50°C の水」にならないのは、なぜか考えていたから。
- 2 昨年、たまたま隣席だった数学科のS先生(大学のゼミの大先輩)と雑談をしていたときにこの話をし、ちょっと時間があつたので、物理のW先生に教えてもらいながら公式化してみた。

まずは問題 !!

Q 20°Cの水1ℓと30°Cの水1ℓを足すと、
x°Cの水 y ℓになる。 x , y を求めよ。



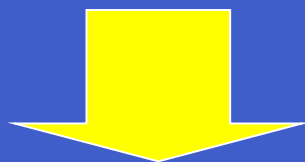
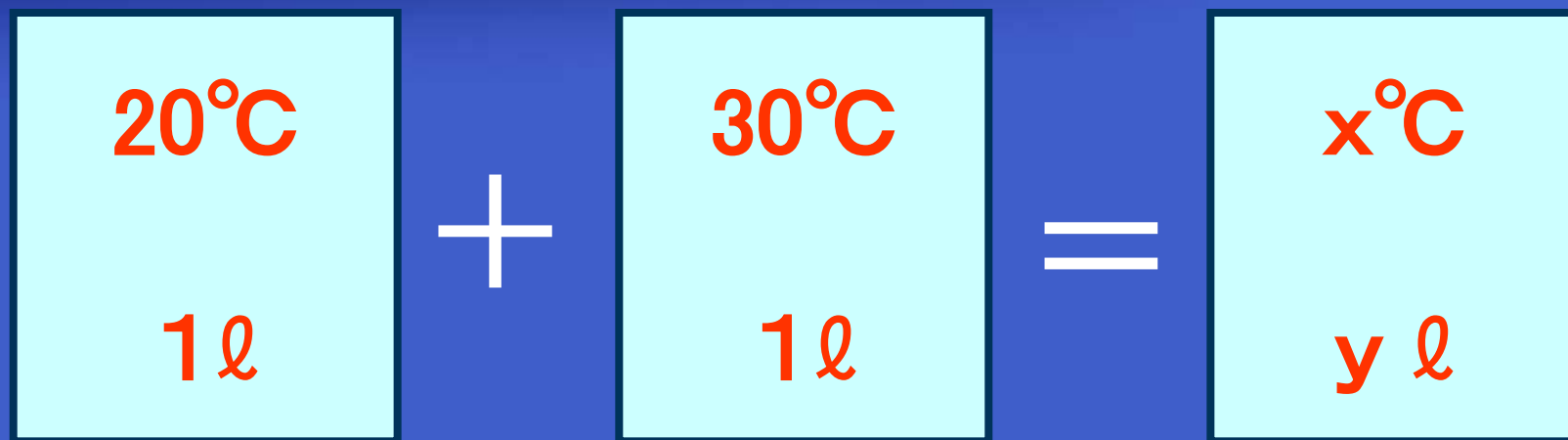
考えてみよう!!



①質量保存の法則により、 $y = 1\ell + 1\ell = 2\ell$

②質量が等しいことから、温度は中間になると予想されるので $x = 25^\circ\text{C}$ と直観的には答えられる。

$(20^{\circ}\text{C}) + (30^{\circ}\text{C}) = (25^{\circ}\text{C})$ なのか？



「熱量・比熱・熱容量」の関係から、
示すことができる。

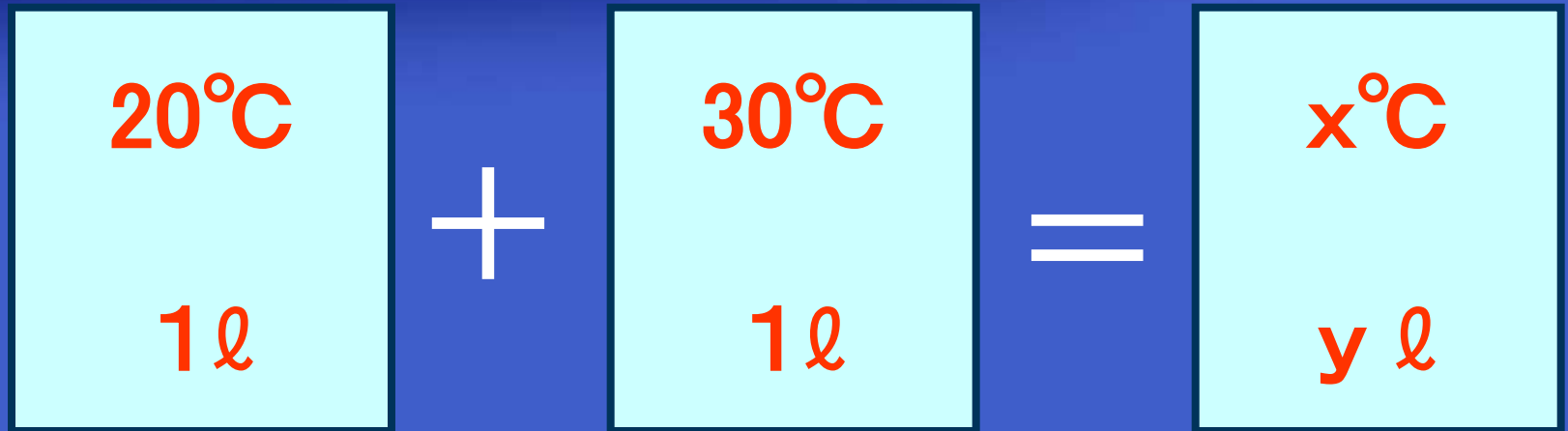
熱量・比熱・熱容量の関係

比熱 c [cal/g·k]、質量 m [g]で、
物体の温度を t [k]だけ変化させるのに
必要な(失う)熱量 Q [cal/k]は、

$$Q = mct$$

である。

熱量保存の法則



比熱及び質量は等しく、
Aが得る熱量とBが失う熱量Qは
熱量保存の法則により等しいので、

$$x - 20 = 30 - x \quad \therefore x = 25$$

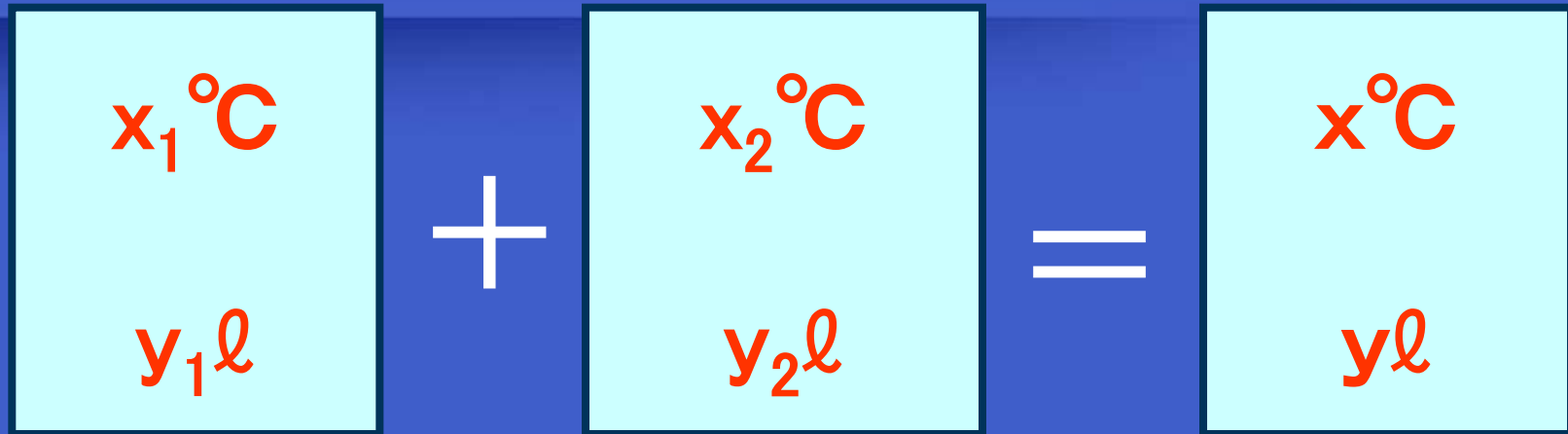
従って、AとBを混ぜると25°Cになる。

一般化への道

Q $x_1^\circ\text{C}$ の水 $y_1\text{ l}$ と $x_2^\circ\text{C}$ の水 $y_2\text{ l}$ を足すと、 $x^\circ\text{C}$ の水になる。 x を求めよ。

$$\begin{array}{|c|} \hline x_1^\circ\text{C} \\ \hline y_1\text{ l} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x_2^\circ\text{C} \\ \hline y_2\text{ l} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline x^\circ\text{C} \\ \hline y\text{ l} \\ \hline \end{array}$$

関係を調べると...



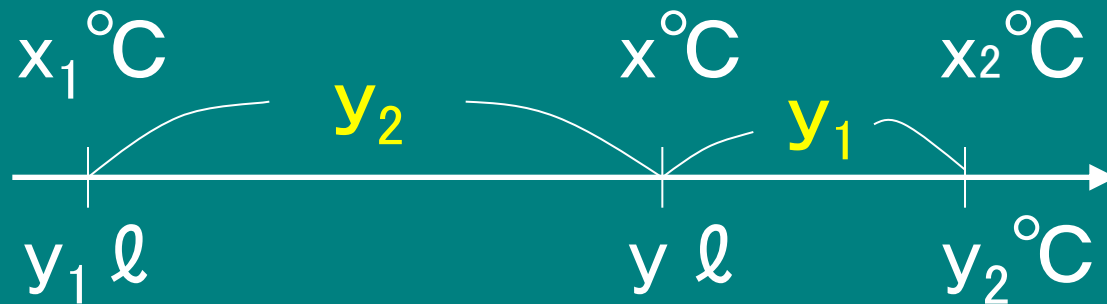
熱量保存の法則により

$$(x - x_1)y_1 = (x_2 - x)y_2$$

$$\therefore x = \frac{x_1y_1 + x_2y_2}{y_1 + y_2}$$

温度の図示化

Q 先の結果を数直線で図示すると？



→ x は、線分 x_1x_2 を質量比($y_2:y_1$)によって内分する点の座標になっている。

$$x = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{y_1 + y_2}$$

ベクトルの演算として

Q 先の結果を演算として定義すると？

$x_1, x_2 \in (\text{温度})$ で $y_1, y_2 \in (\text{質量})$ とする。
 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ とするとき、

$$\vec{a} \oplus \vec{b} = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{y_1 + y_2}$$

として、(温度, 質量)の加法を定義すると良い。

参考ホームページ

岡野研究室 (日本大学理工学部機械工学科)

<http://www.mech.cst.nihon-u.ac.jp/studies/okano/studies/phys/buturi7.2.html>

天才児ネット

<http://www.tensaiji.net/>