

第84回数学教育実践研究会 レポート発表

食わず嫌いでした

北海道室蘭東翔高等学校教諭 長尾良平

平成25年1月26日 ニッセイMKビル

1 始めに

筆者が2次曲線を高校で学んだのは22年前。代数・幾何の一单元であったが、あまり興味が持てずどちらかと言えば苦手であった。教員になってからも、数学Cを担当するのは数年に一度であり、**苦手意識を払拭できず**にいた。

今年度は3年生の担任をしており、6年ぶりに数学Cを担当することになった。そこで、自身の勉強も兼ねて**作業や応用例を積極的に取り入れた授業**を行った。その実践について、紹介していきたい。

2 折り紙での導入

教科書では、3種類の2次曲線（放物線、楕円、双曲線）の定義

- 定直線と定点からの距離が一定な点の軌跡
- 2定点からの距離の和が一定な点の軌跡
- 2定点からの距離の差が一定な点の軌跡

に基づいて方程式を導出するところから始まる。

今回の実践では、**紙を何度も折って直線群を構成し、その包絡線として2次曲線を捉える過程**を導入に用いた。この過程を経ることにより、

- 2次曲線に親しんでもらえる
- 2次曲線の性質の説明が簡便になる

という効用がある。

例1 放物線の場合は、長方形の紙に点を打ち、紙の端をその点に重なるようにずらしながら繰り返して折ることによって直線群を作ることができる。打った点が焦点、紙の端が準線になる。

図1において2点F、Qが折り線である直線BCに関して対称なことから、

$$PF = PQ$$

が成り立ち、点PがFを焦点、直線CQを準線とする放物線上にあることが示される。

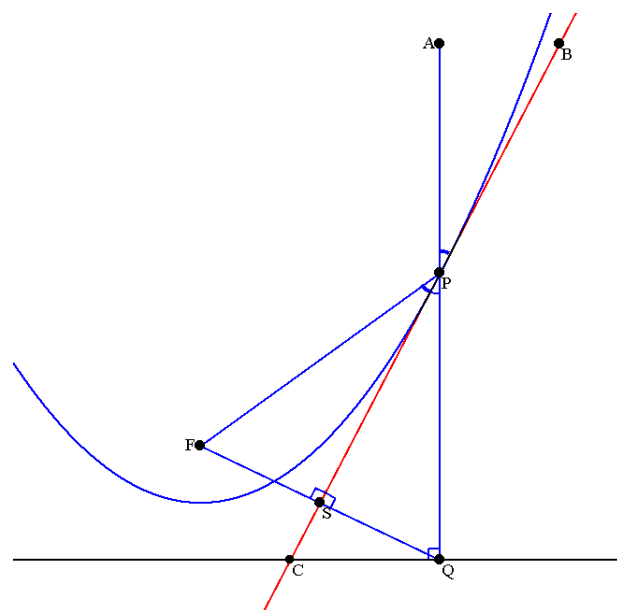


図1: 紙を折って放物線

そのとき、 $\angle APB = \angle QPS$, $\angle FPS = \angle QPS$ から

$$\angle APB = \angle FPS$$

が成り立つ。

例2 楕円の場合は、円の内部に点を打ち、円周上の点をその点に重なるようにずらしながら繰り返し折り折ることによって直線群を作ることができる。円の内部に打った点と元の円の中心が焦点となる。

図2において2点F, Qが折り線である直線SAに関して対称なことから、

$$PF = PQ$$

が成り立ち、

$$OP + PF = OP + PQ = OQ = \text{半径 (一定)}$$

となるので、点Pが2点O, Fを焦点とする楕円上にあることが示される。

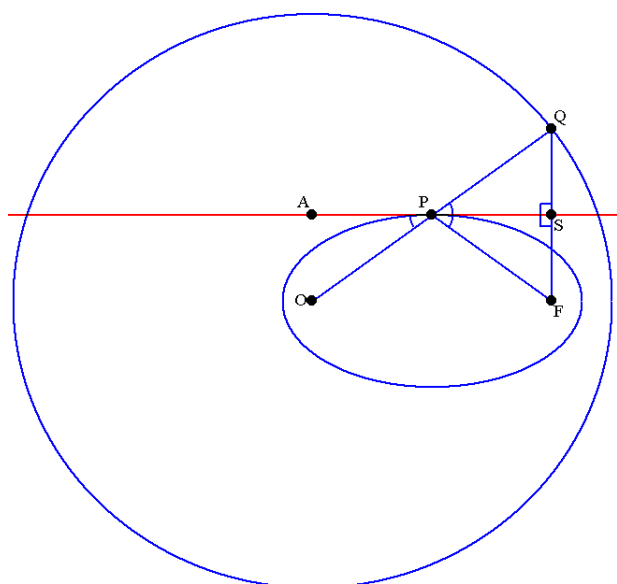


図 2: 紙を折って楕円

そのとき、 $\angle QPS = \angle OPA$, $\angle QPS = \angle FPS$ から

$$\angle OPA = \angle FPS$$

が成り立つ。

双曲線については省略するが、楕円の場合に円の内部に打った点を円の外部に打ち、円周上の点をその点に重なるようにずらしながら繰り返し折り折ることによって直線群を作ることができる。円の外部に打った点と元の円の中心が焦点となる。

面倒な作業にも関わらず、生徒はどの曲線の場合も**集中して取り組んでいた**。

3 応用例の紹介

例3 放物線の応用例として、**パラボラアンテナ**がある。模型を作り、軸に平行な光が放物線との交点で反射し焦点に向かうことを確認した。

- GRAPES で放物線を描画して印刷
- 工作用紙に貼る
- 帯状に切った画用紙にアルミテープを貼る
- 放物線に沿って貼る（所要時間約 10 分）

突貫工事の割には、レーザーポインタから発した光は放物線上で反射して焦点に向かった。

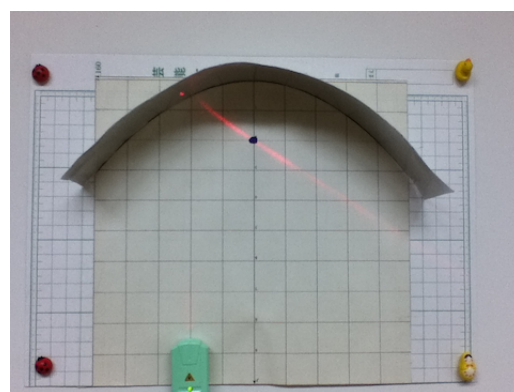


図 3: 放物線の性質

例4 楕円の応用例として、**イメージ炉**や**ESWL（体外衝撃波結石破碎術）**がある。こちらも模型を作り、一方の焦点から発した光が楕円との交点で反射しもう一方の焦点に向かうことを確認した。

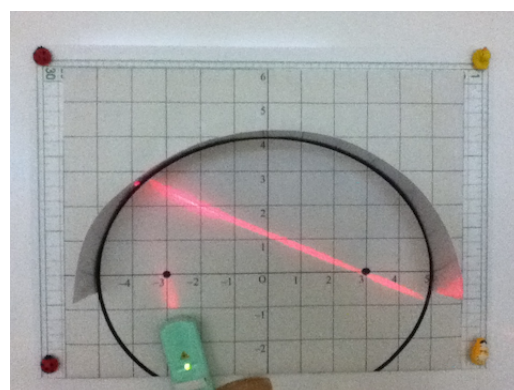


図 4: 楕円の性質

楕円の性質を模型で確認した後、Web で検索したイメージ炉や ESWL の画像を資料として提示した。

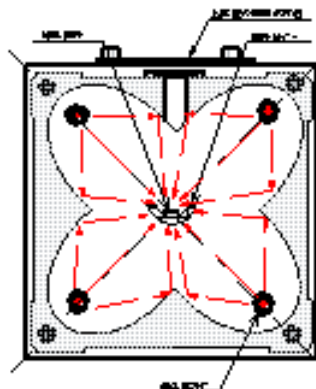


図 5: イメージ炉の構造 (米倉製作所)

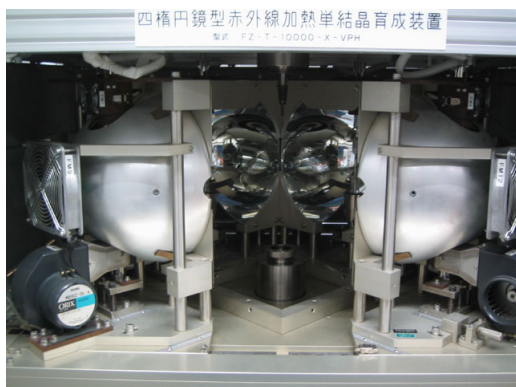


図 6: Xe イメージ炉 (広島大学)

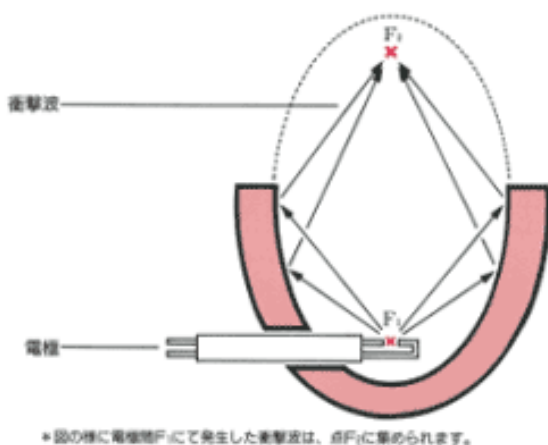


図 7: ESWL の構造 (新座志木中央総合病院)

例 5 双曲線の応用例として、海上で船舶の位置を把握するためのシステムである**ロラン C** (LONg RANge Navigation) がある。ロラン C は、

2 定点からの距離の差が一定な点の軌跡

が双曲線になることを利用した技術である。具体的には、次のようになる。

- 発信局 (A,B,C とする) からの電波を受信
- A, C からの電波の到達時間の差を測定
- その情報から海図上に双曲線 C_{AC} が描ける
- B, C からの電波の到達時間の差を測定
- その情報から海図上に双曲線 C_{BC} が描ける
- C_{AC} と C_{BC} の交点が船舶の位置 P となる

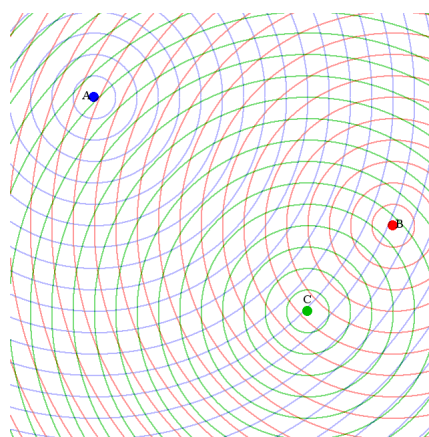


図 8: A, B, C の 3 つの局から電波を発信

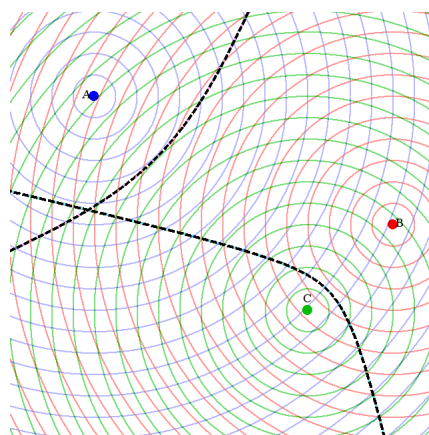


図 9: $PC = PA + 6, PB = PC + 3$ の場合

日本近海でのロラン C チェーンと，発信局のある新島近海 of 双曲線入りの海図を紹介して，この節を終える．

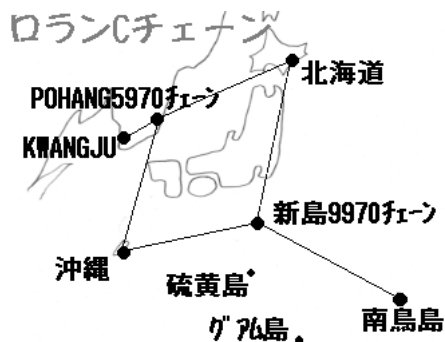


図 11: 日本近海のロラン C 発信局

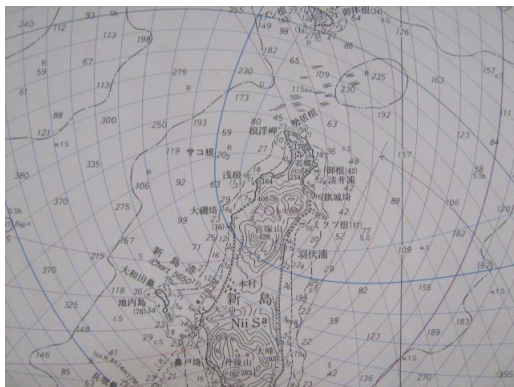


図 12: 新島近海の海図

生徒が作業をするプリントを作ったり、教具を用意したりと**準備が大変**であったが、その分**生徒の反応も良く**、応用例にまつわる雑談等も盛り上がり、**筆者にとっても楽しい授業**であった。

イメージ炉とESWLについては[4][5][6], ロランCについては[7][8][9]の各Webサイトから画像や資料をお借りした. 画像の利用に際して, 各Webサイトの管理人の方には快く許可を出していただいた. 感謝申し上げたい.

参考文献等

- [1] 「折り紙算数・折り紙数学（数学教室 別冊3）」
数学教育協議会編 国土社
- [2] 岡部一良「直線で何が描けるか」
数学教育実践研究会 発表レポート
- [3] 早苗雅史「包絡線としての2次曲線」
第13回数学教育実践研究会 発表レポート
- [4] 株式会社米倉製作所
<http://www.caty-yonekura.co.jp/>
- [5] 広島大学大学院先端物質科学研究科
量子物質科学専攻磁性物理学研究室
<http://home.hiroshima-u.ac.jp/adsmmag/>
- [6] 新座志木中央総合病院
<http://www.niizashiki-hp.jp/>
- [7] ～通信放送技術のイラスト図解と最新情報～
<http://www.interq.or.jp/blue/rhf333/>
- [8] 海上保安庁
<http://www.kaiho.mlit.go.jp/>
- [9] 第三管区海上保安本部
<http://www.kaiho.mlit.go.jp/03kanku/>

双曲線航法の演習

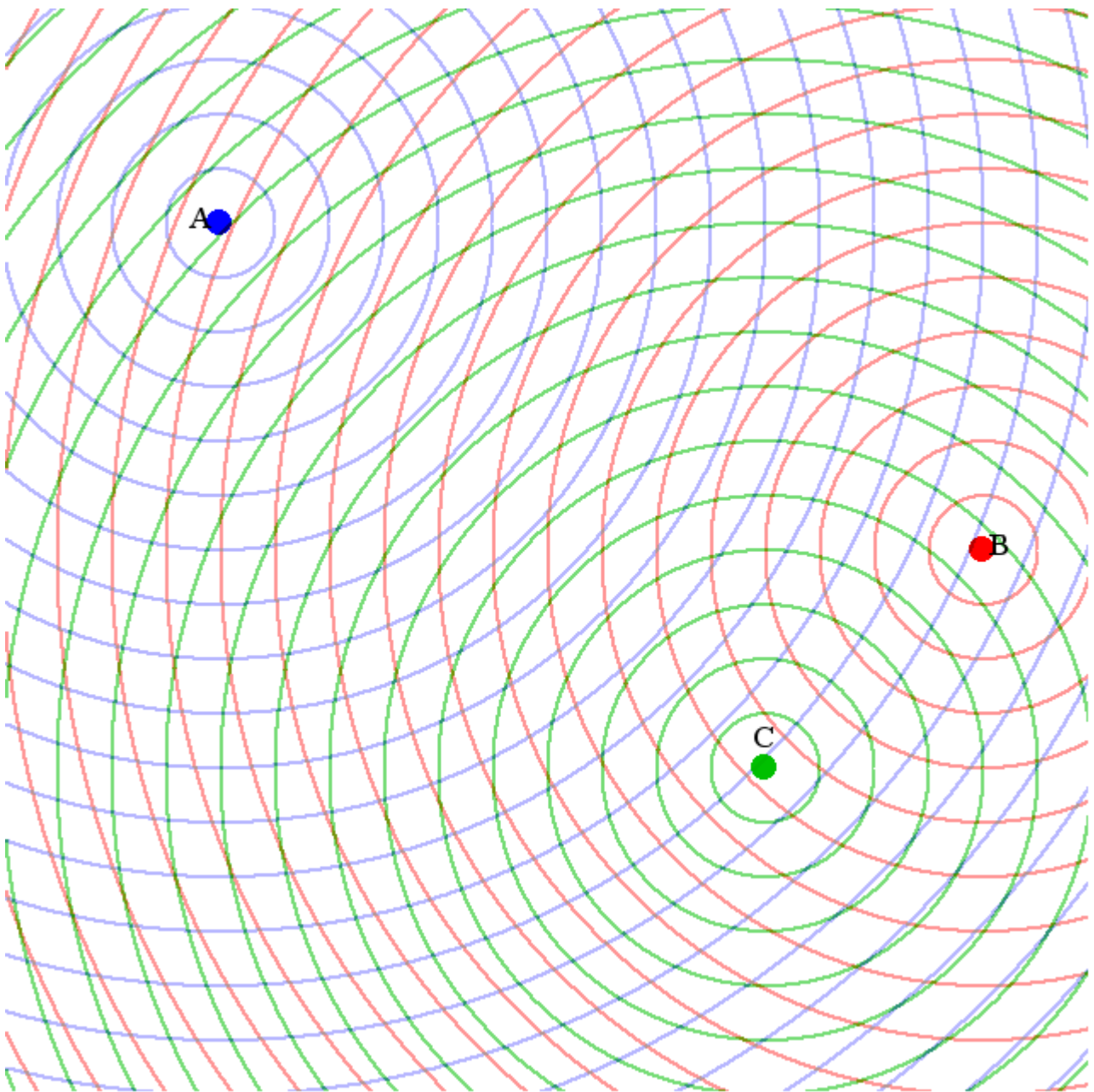
3つの発信局 A、B、C からの電波を受け取って船舶の位置を決定したい。

1. A と C との関係

A からの信号の 6 秒後に C からの信号を受信した ($PC = PA + 6$)

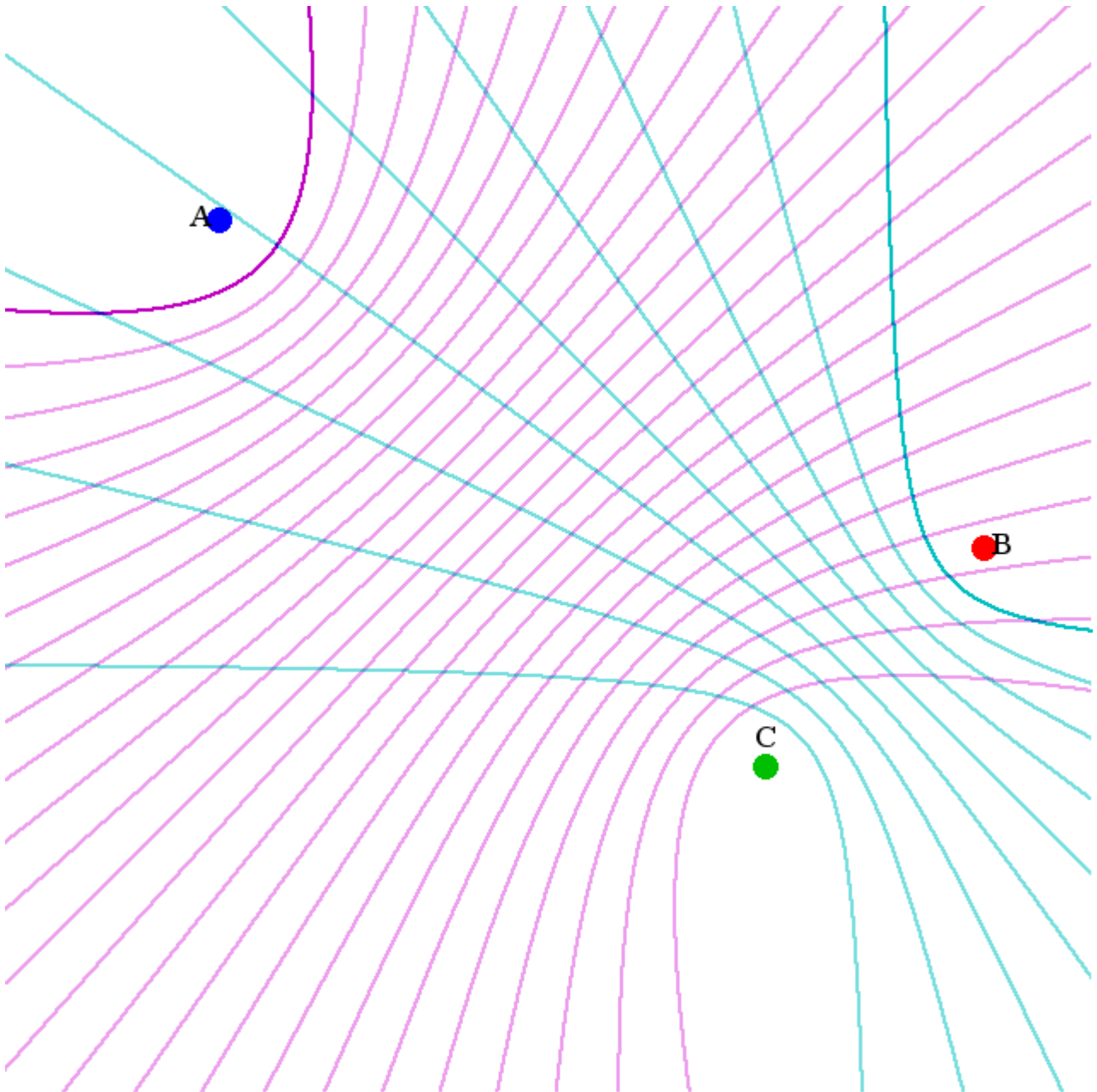
2. B と C との関係

C からの信号の 3 秒後に B からの信号を受信した ($PB = PC + 3$)



確認してみよう！

あらかじめ双曲線を海図上に書いておけば、簡単に船舶の位置が求められますね・・・。



問い合わせ先
交通部計画運用課
課長補佐 恵本 康弘
電 話 03-3591-6361 (内線 6502)



北西太平洋ロランCチェーンの縮小 (十勝太局の廃止) について

海上保安庁は、GPSの普及等により我が国周辺海域におけるロランCの利用者が減少している状況にあることから、今般、下記のとおり十勝太ロランC局を廃止することとしました。

記

廃止局：十勝太ロランC局（北海道浦幌町）

廃止日時：平成25年2月1日 09:00

※ロランC（LORAN）とは、船舶がロランC局からの電波を受信して位置を知るための地上系の測位システムであり、Long Range Navigation の頭文字をとったものです。
(測位精度約500m、有効範囲日本周辺約2,000km)

※GPS（Global Positioning System：全地球測位システム）とは、米国が運用する衛星航法システムで、GPS衛星からの電波を使って、受信機とGPS衛星との間の距離を測定し、自分の位置を計算するものです。(測位精度約10m、有効範囲全世界)