【第105回数学教育実践研究会　レポート】

# 第36回北海道高等学校数学コンテスト表彰式での出来事より

北海道室蘭東翔高等学校　平間順宏

## １．はじめに

北数教高校部会が主催し，代数解析研究会が運営している「北海道高等学校数学コンテスト」は毎年１月に実施し，３月に表彰式を実施している。当初，表彰式は２月末に実施していたが，３月の方が生徒が参加しやすいという声を受けて，第21回から３月実施となった。

6年前にあたる平成23年度，記念すべき第30回を迎えるということで記念祝賀会を企画した。コンテスト名誉顧問である秋山仁氏を始め，コンテストに携わった先生方はもちろん，過去の入賞者にも可能な限り連絡をとり，祝賀会を開いた。そのとき出席した入賞者の中に，現在，(有)数学教育研究所代表取締役であり，認定NPO法人「数理の翼」の顧問でもある　清　史弘　氏がいた。第１回の入賞者であることから，表彰式においても入賞した生徒に向けて激励の言葉をいただいた。それが縁で，以後，代数解析研究会では，第31回以降の表彰式だけでなく，近年，秋に実施している道外大学の入試問題研究会にも講師として来ていただいている。また，平成26年度の第69回北数教全道大会（オホーツク・北見大会）では高校部会講習会の講師としておいでいただいたので，記憶されている先生も多いことだろう。

## ２．第 36 回表彰式において

第36回の表彰式は，平成30年３月３日，札幌静修高校で行われた。出席予定だった北海道教育長賞（１位）の山本佳和さん（釧路湖陵）が札幌に来られないなど，前日からの悪天候や交通障害もあったが，清史弘氏は東京から駆けつけてくださり，入賞者へお祝いと激励のメッセージを述べられた。

生徒へ向けられたお話の中で興味深い内容があったので紹介したい。

その一つは，$2^n$ に関する話である。

数学Ⅱの対数を学んだ生徒には定番である問題に，$2^n$ の桁数や先頭の位の数に関する問題があるが，清先生はちょっと異なる切り口で，

$2^{10}$ は４桁：先頭の位の数字は１

$2^{20}$ は７桁：先頭の位の数字は１

$2^{30}$ は10桁：先頭の位の数字は１

といったことから，「果たして，$2^{10n}$ は $n$ が１増えるごとに桁数は３桁ずつ増えるのか」「$2^{10n}$ の先頭の位の数字はつねに１なのか（１でないとすればそれは $n$ がどんな値なのか）」といった，生徒の好奇心をくすぐるような質問を投げかけた。

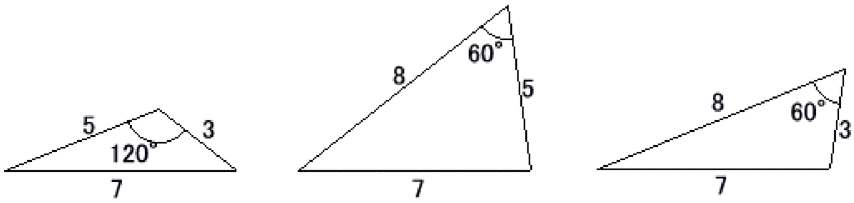
確かに，教科書をただなぞるだけでは，生徒には「 log は桁数を求めるための道具」といった認識しか生まれないかもしれないが，上記のような投げかけ方であれば，生徒も自然な流れで数学に入っていけるだろう。ちなみに，清先生は $2^{100}$ の31桁を何も見ずにホワイトボードに記入したので，コンテストで入賞するような生徒からも感嘆のまなざし

で見られていた。

もう一つの話は，余弦定理と３辺の長さがすべて整数となる三角形についてであった。

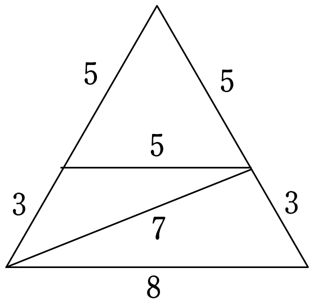
これについては様々な場で話題に上がることがあり，「数学のいずみ」にもかなり古くから，佐藤　清　先生（当時札幌東高）の「『七五三』三角形から円に内接する四角形へ」と題したレポートが掲載されている。

佐藤先生は，そのレポートの中で



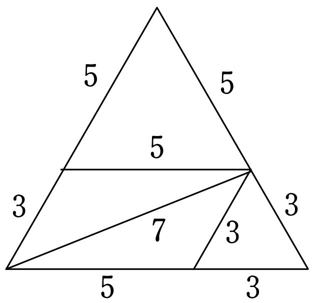

【三角形①】　　　【三角形②】　　　【三角形③】

の３つの三角形において，長さ７が共通していることと 60°＋120°＝180° から，①と②，①と③を貼り合わせた四角形が円に内接することに触れている。また，②，③の代わりに１辺の長さが７の正三角形を貼り合わせても同様である。



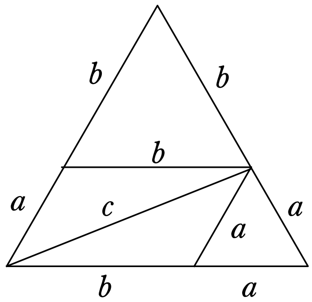

私もこれまでこのレポートを題材にした出題を何度も行ってきたが，清先生は上記の①②③の三角形が１つの正三角形で表されることを示した。（右図）

清先生が生徒に示した図形はこの図だけであったが，もう一カ所，線分を付け加えると右下の図のようになる。




この正三角形の中には平行四辺形が含まれており，この図を利用すれば，様々なバリエーションをもった出題が考えられるのではないかと思い，今回レポート報告の機会を与えていただくことにした。

また，この図と同様な正三角形を他につくってみると，以下のようになる。




左図のように $a$，$b$，$c$ を定めると，

３数 $a$，$b$，$c$ がすべて 100 未満の整数となるのは上記のほかは

$(a,\ b,\ c)=(8,\ 7,\ 13)$，$(5,\ 16,\ 19)$，$(11,\ 24,\ 31)$，
$(7,\ 33,\ 37)$，$(13,\ 35,\ 43)$，$(16,\ 39,\ 49)$，
$(9,\ 59,\ 61)$，$(32,\ 45,\ 67)$，$(17,\ 63,\ 73)$，
$(11,\ 85,\ 91)$，$(19,\ 80,\ 91)$

の 11 通りではないだろか。（余弦定理がらみの問題として出題するにははじめの数例に絞る方がよさそうだが）

等式 $a^2=b^2+c^2-bc$，$a^2=b^2+c^2+bc$ に関心を抱いて 25 年たつ（第 97 回数実研拙稿「いつもとは違うアプローチで問題を考える」）が，今後も，この等式を満たす $a$，$b$，$c$ について研究を進めていきたい。