

iPad 版 GeoGebra で立体図形を視る

札幌旭丘高校 菅原 満

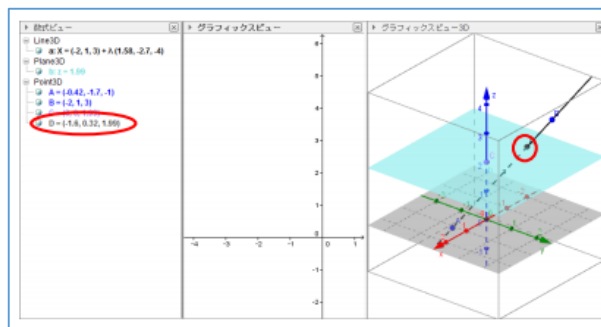
はじめに

前回（第 91 回数実研）で GeoGebra のことを書いたが、そのすぐ後に iPad 版がバージョンアップされました。

機能は大きくアップして、かなり PC 版に近づいた印象があります。今回のレポートではその中の 3D グラフィックス機能を紹介します。数学の授業でどのように活用すれば生徒の理解が進むのか、あるいはやる気をもって教材に取り組めるようになるかという本質的な部分はまだまだですが、新しい ICT のツールとして iPad の可能性を考える上では参考になると思います。さらに GeoGebra は Windows などの PC で使用の方がより多機能でストレスなく使え重宝します。

PC で教材を作成して GeoGebraTube を介して iPad でファイルを使用する。など連携すると効率がよくなります。

では、ちょっと試しに使ってみましょう。



1 GeoGebra について

GeoGebra というソフトをご存知ですか。リンツ大学 (Johannes Kepler University of Linz) の Markus Hohenwarter 教授を中心とするグループにより開発が進められている動的な数学ソフトウェアです。世界的には非常に有名で実践報告も多数あり GeoGebraTube (<http://tube.geogebra.org/>) では現在 126,335 本の教材が自由に使える状態で蓄積されています。しかし、残念なことにほとんどの教材が英語で書かれています。

日本では、北海道教育大学の和地先生がマニュアルなどの日本語化、明治大学理工学部の阿原一志先生が中心となり日本語教材のライブラリを作成しています。

また GeoGebra は iPad, Androido 上でも動作するアプリとしても無料で提供されており、一般のアプリと同様に検索してインストールするだけです。

さすがに Windows 版に実装されているすべての機能（グラフ描画、統計処理、数式処理な、3d 描画など）は網羅されていませんが、ほぼ同様処理が可能になりました。

なんといっても iPad 上で動作するというのが大きい。GeoGebra の強みに iPad のもつ可搬性などの強みが付加されるからです。

2 教室で iPad 版 GeoGebra をどう使うか

iPad 版 GeoGebra は Windows 版のサブセットです。しかし、タブレットとしての操作性があり、そこに Windows 版との活用の差がでてきます。

(1) 教師だけが使う

① 単なる提示用としての利用

⇒notePC で Windows 版を利用する方が機能も豊富で操作性もよい。ただし、多機能を必要としないのであれば可搬性を考慮して利用も考えられる。PC での操作と違い、タブレット操作のためマウスポインタがないため表示画面を邪魔しないのは長所である。

② 提示用 + 生徒

⇒ 提示用として利用して、操作者に生徒も参加させる。プロジェクターと Wifi 接続である方がよい。ケーブルでは可搬性が半減する。

(2)生徒が使う ⇒ PC 教室で使わせるのであれば設置されている PC で Windows 版を使うほうがよい。

iPad が生徒分ある状況では「どの教室でも利用できる」利点がある。

今後の課題として「iPad 版だからこそその利点」が活用される実践例などが研究されていく必要がある。そのための教材作成のツールとして GeoGebra は十分な機能をもっている。

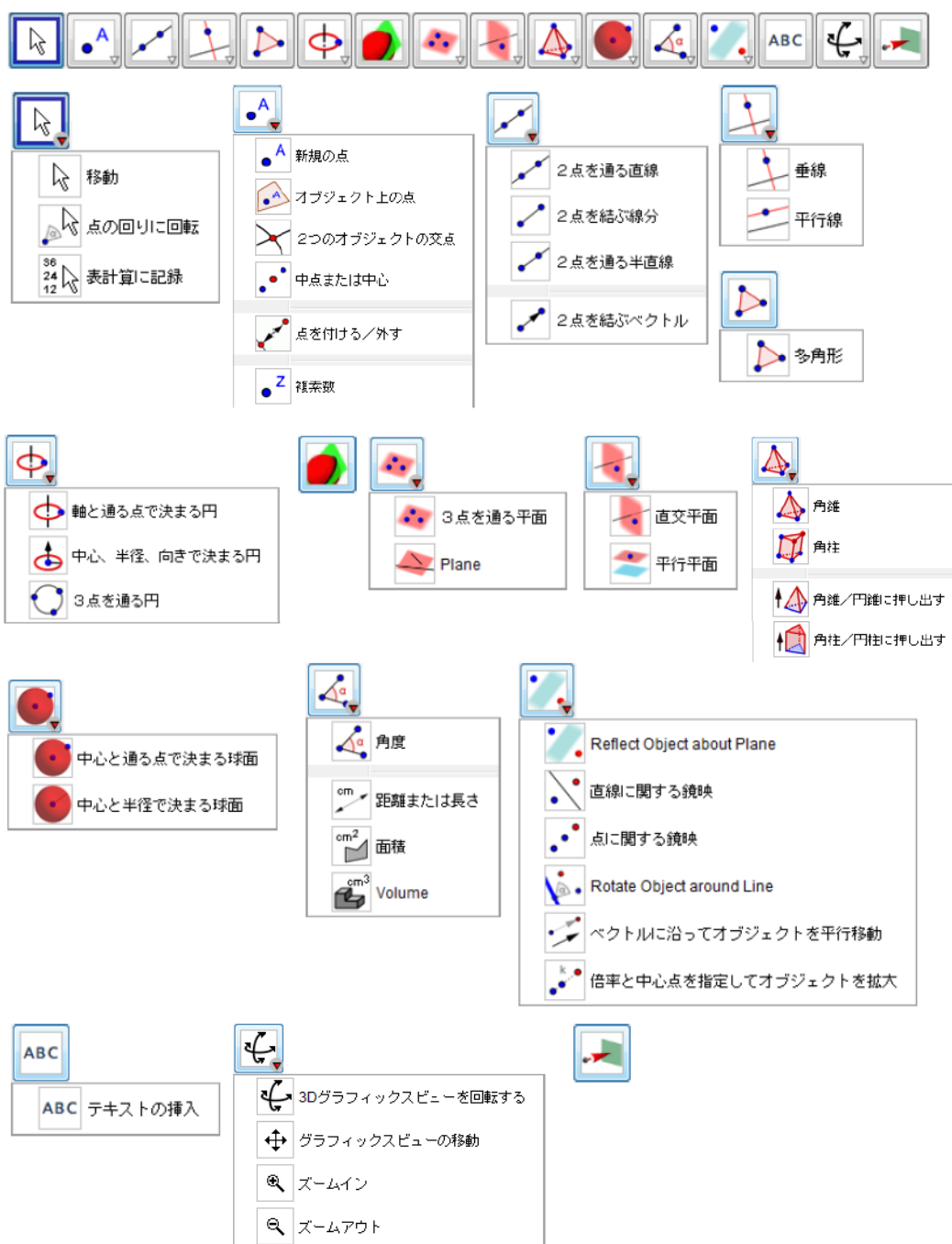
しかしながら、生徒の「数学に対する興味」「数学に対する知的好奇心」を刺激できうる教材となっているかが本質的な問題である。ツールは適切な方向性で使われてこそ成果を上げることができることを忘れずに研究を進めていきたい。

◆資料_1◆ 「geogebra で日本語教材を作ろう」マニュアル (Section_3) より

3D の作図ツールについて

3D 画面を表示すると、以下の新しい作図ツールが表示されます。

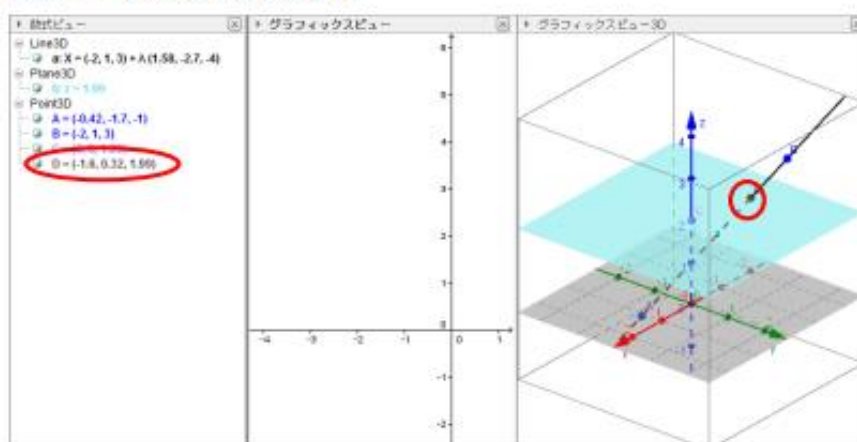
より多くのオプションを見るためには、ボタンの右下の小さな矢印▽をクリックして下さい。



2つのオブジェクトの交点

すでに描かれた2つのオブジェクトの交点を表示することが出来ます。

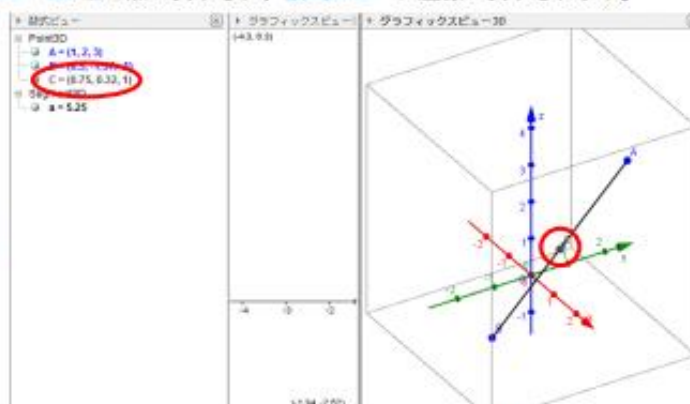
- ① 3Dの作図ツールの中から、2つのオブジェクトの交点を選択します。
- ② グラフィックスビュー3D上で、2つのオブジェクトを選択します。
選択したいオブジェクトの上にカーソルを乗せると、オブジェクトの色が変わるので、その時にクリックして下さい。
(または、数式ビューで2つのオブジェクトの式をクリックすることでも同様)
- ③ すると、グラフィックスビュー3D上で点が表示され、数式ビューに座標が表示されます。



中点または中心

2点や線分の中点、円や2次曲線の中心を作図することが出来ます。

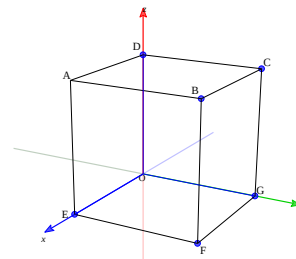
- ① 3Dの作図ツールの中から、中点または中心を選択します。
- ② グラフィックスビュー3Dや数式ビューで2点や線分、円、2次曲線を選択します。
(オブジェクトを選ぶときに、オブジェクトの上にカーソルを乗せると、オブジェクトの色が変わるので、その時にクリックして下さい。)
- ③ すると、グラフィックスビュー3D上で点が表示され、数式ビューに座標が表示されます。



■■■ 空間図形の思考ツールとして活用 ■■■

具体的な問題でその効果を確認してみましょう。

(問題 1) 右図のような、1 辺の長さが 1 の立方体 ABCD-EFGO を考え、
A を頂点とし三角形 OFG を底面とする三角錐と、C を頂点とし、
OFE を底面とする三角錐の共通部分を K とする。
平面 $z = a$ による K の切り口の面積を求め、
K の体積を計算せよ。 [大阪大]



考察) この問題を GeoGebra でシミュレートすると、下図のようになります。

このシミュレーションをよく見て、断面を頭のなかで再構成して考えると、
中学校でも習う三角錐の体積の計算だけでできてしまうのですが・・・どうでしょう？
参考までに、問題にそった解答も載せておきます。

- (i) $a > \frac{1}{2}$ のとき、共通部分はなし
- (ii) $\frac{1-a}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$ のとき、即ち $\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2}$ のとき切り口は、
1 辺 $(1-2a)$ の正方形となるから切り口の面積は $(1-2a)^2$
- (iii) $0 \leq a \leq \frac{1-a}{2}$ のとき、即ち $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$ のとき
切り口は、右図のような六角形となり、その面積は

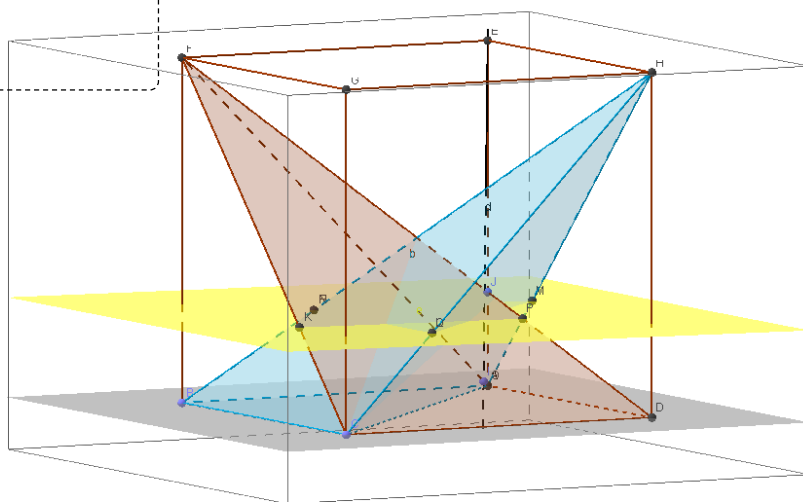
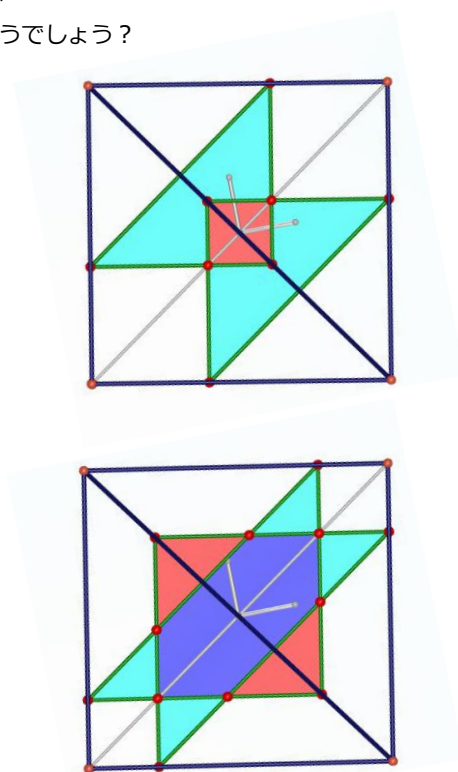
$$(1-2a)^2 - (1-3a)^2 = -5a^2 + 2a$$

以上より、求める K の体積は

$$K = \int_0^{\frac{1}{3}} (-5a^2 + 2a) da + \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} (1-2a)^2 da = \dots = \frac{1}{18}$$

参考までに、じっくりイメージを再構成した別解は
正方形 OEFG を底面とし高さ $\frac{1}{2}$ の四角錐から、
二つの同形の三角錐を引き去ったものとなりますから
$$\frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$$

となります。

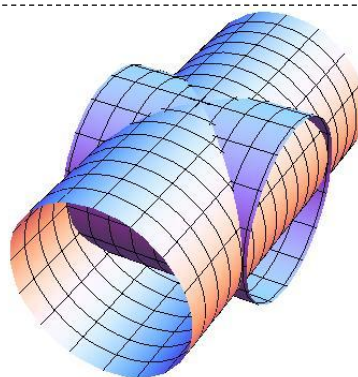


(問題 2) 底面が半径 a の円である 2 つの直円柱がある。

この 2 つの円柱が、垂直に交わっている。

(中心線も垂直に交わっている)

ときの、共通部分の体積を求めよ。

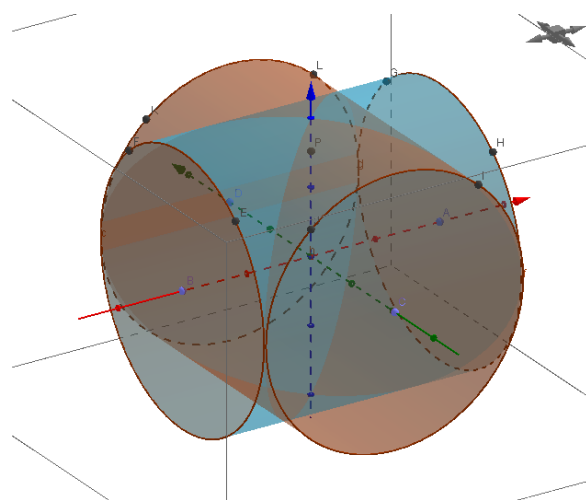


有名な問題ですが、理系のできる生徒たちでも対象とする共通部分の形状がイメージし難く、手を止めてしまう問題です。問題につけてある図は Mathematica で描いたものです。これを、GeoGebra で描画してみるとどうなるでしょう。

この問題のシミュレーション行ってみましょう。

右図が、GeoGebra でシミュレートしたものです。これに、せん断する平面を加えて切り口を考察してみます。

GeoGebra のいいところは、手間とお金がかからないことです。

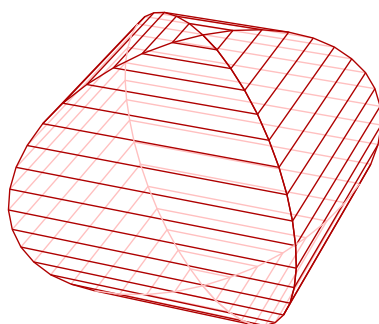


参考までに、Grapes-3d でシミュレートしたもの<図 1>を載せておきます。 z 軸方向の真上から見た<図 2>を見ると、切断面が正方形となる

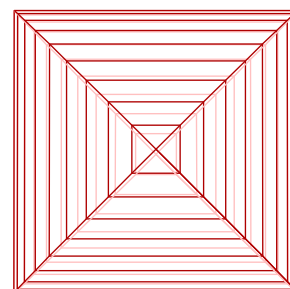
ことがはっきりと見て取れます。

ここまで分かれば、正方形の 1 辺の長さは、 $2\sqrt{a^2 - z^2}$ となることから

$$V = \int_{-a}^a \left(2\sqrt{a^2 - z^2}\right)^2 dz = 2 \times \int_0^a 4(a^2 - z^2) dz = \frac{16}{3} a^3$$



<図 1>



<図 2>

参考文献) [1] 「geogebra で日本語教材を作ろう」 http://www56.atwiki.jp/geogebra_kyozai

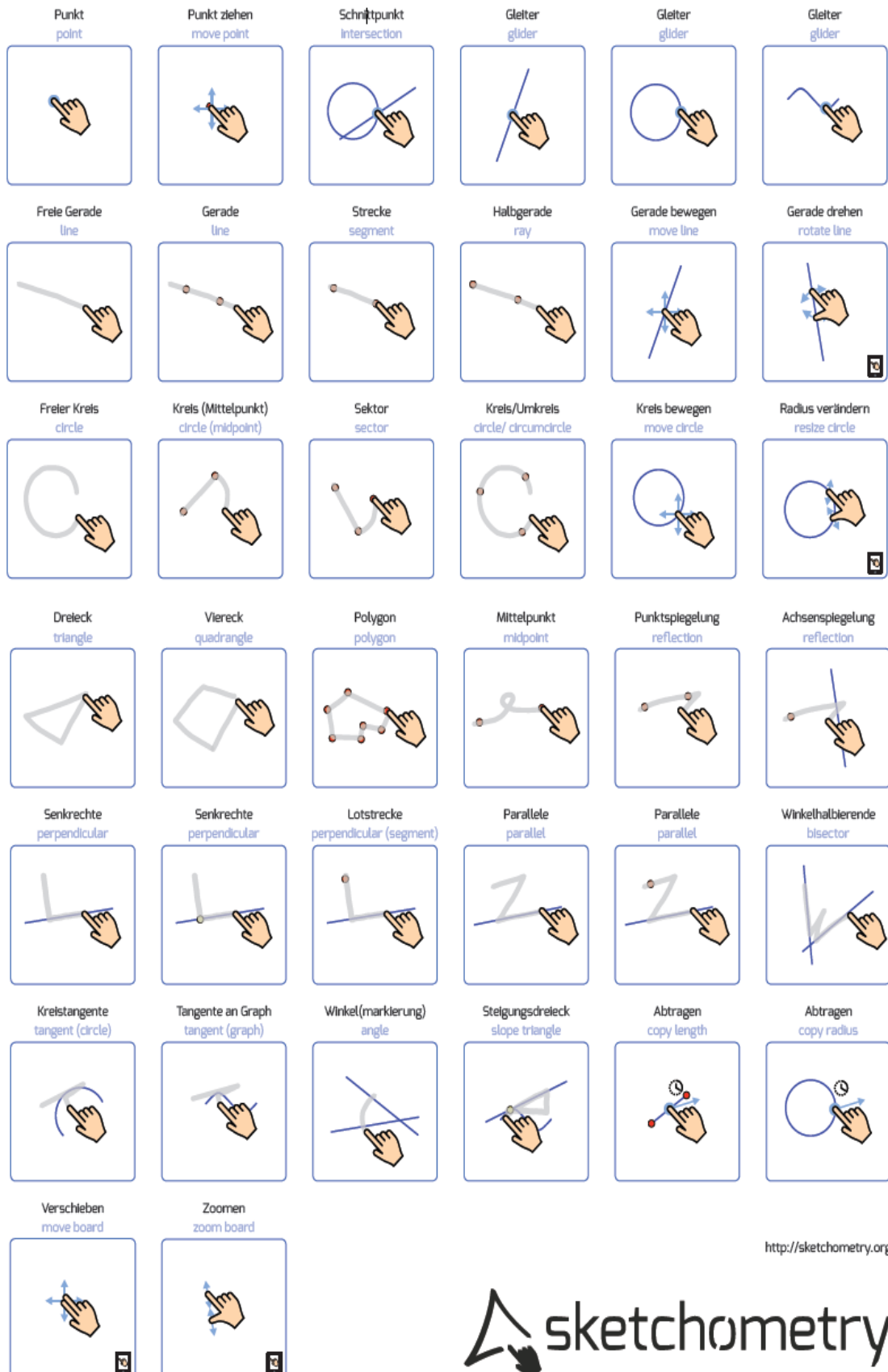
おまけ

ちょっと面白いアプリを見つけました。関数や幾何の作図などをジェスチャーで行うドイツのアプリです。機会があれば使ってみてください。ジェスチャーの抜粋をつけておきます。

『Sketchometry HOME Page』 <http://en.sketchometry.org/>



<http://sketchometry.org>



<http://sketchometry.org>

