

解答配布時の工夫

札幌清田高等学校
大久保 昌史

§ 1 はじめに

昨年度、三年生（文型_数学、192名）を担当しておりました。担当教員は5人でしたが、試験（年7回）の問題作成、および記述試験部分の採点はすべて私が行っていました。採点の担当を1人にしたのは、採点（途中点・中間点など）のプレがなくなるという点と、学年全体の傾向を把握し解答に含めることで復習時に活用できる状態にしたいと考えていたからです。同時に、自分の解答内容や注意点の提示方法などに関して、経験豊かな先輩教員からコメントを頂けられるきっかけになり、勉強になった1年間でした。

初めて生徒を3年間持ち上がりで担当することができ、自分の今後の課題がいろいろ見つかったので、この時期を利用して、今回の指導方法をまとめてみました。

§ 2 試験概要

試験時間50分間における問題レベルは以下のように考えておりました。

マークシート対応の試験方法として、70点。基本内容確認の問題は記述式として、30点。しかも、記述式の問題内容は10分程度の時間配分を考えておりました。問題選出も必出事項や、今までのことから計算ミスが多いと予想される問題や、再確認事項から選ぶようにしました。

マーク対応の問題選出に関しては、授業で使用している問題集より抜粋した問題を2題。他の問題集より類題を1題。マーク対応の問題に関しては、専用のマークリーダーにより、採点・得点率・順位などが時間をかからず、手をかからずに終了することができました。授業で勉強した内容をきちんと予習・復習をし、試験で確認するという方向で考えておりました。

§ 3 工夫

① 工夫1～コメント挿入

(2) x の方程式 $ax^2 - 6x + 9 = 0$ がただ1つの実数解（重解も1つと考える）をもつとき、定数 a の値を求めよ。

解答

(ア) $a=0$ のとき
与えられた式は（1次方程式となる）
 $-6x + 9 = 0 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$
よって、確かにただ1つの実数解をもつ。

(イ) $a \neq 0$ のとき
与えられた式は2次方程式となる。
条件より 判別式を D とおくと
$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 9a$$

注意
「 x の方程式」とあるので
1次方程式？ $\rightarrow a=0$
2次方程式？ $\rightarrow a \neq 0$
という場合分けが考えられます。
問題文の表記には注意が必要です。

② 工夫2～生徒のミスを提示

答案配布時に、誤答例を示すことによって、注意を喚起することができる。

また、利用価値が高いが解答用紙になかなか書かれていない解答を別解として提示することで、意欲のある生徒に刺激を与えることができると思う。

この誤答例提示を実行するためには、採点や解答作成をなるべく早めに行わなくてはならない。

(4) 次の数列の和を求めよ.

$$\sum_{k=1}^n (12k^2 - 4k + 1)$$

解答

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (12k^2 - 4k + 1) &= 12 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 12 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) - 4 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) + n \\ &= n(2n+1)(2n+1) - 2(n+1) + 1 \\ &= n(4n^2 + 4n + 1) \\ &= n(2n+1)^2 \end{aligned}$$

別解

$$\sum_{k=1}^n (12k^2 - 4k + 1) = 12 \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n (-4k + 1)$$

初項-3, 末項-4n+1, 項数nの等差数列の和と考えると良い.

注意
 $\sum_{k=1}^n 1 = 1$ とミスをする解答が多数あり、注意しましょう.

③ 工夫3～別解提示

(上記にも記載していますが) 利用価値が高いが解答用紙になかなか書かれていない解答を載せたり、書きこめれる範囲で別解を記入してみました。

別解を載せることで、「自分のクラスではこのような指導をしていない」「僕ならば、このような解答を別解として載せたいな」というようなご意見も頂くことができ、大変参考になりました。

別解 図形的視点の解法

$\vec{a} + t\vec{b}$ を表示すると右図のようになる。
よって、 $\vec{a} + t\vec{b}$ と \vec{b} が垂直になる t を求めればよい。

$$(\vec{a} + t\vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + t|\vec{b}|^2$$

$$= -7 - 8 + 5t$$

よって、 $-15 + 5t = 0$ より $t = 3$

このとき、 $\vec{a} + t\vec{b} = (4, 2)$

よって、 $|\vec{a} + t\vec{b}| = \sqrt{20}$

④ 工夫4～細かい説明

途中計算を大事にして欲しいと感じていたので、なるべく注意してほしい計算途中はコメントも添えて記入してみました。

(3) 次の式を簡単にせよ。
 $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$

解答

$$(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$$

$$= \left(\log_2 3 + \frac{\log_2 9}{\log_2 4} \right) \left(\frac{\log_3 4}{\log_3 3} + \frac{\log_3 2}{\log_3 9} \right)$$

$$= \left(\log_2 3 + \frac{2 \log_2 3}{2} \right) \left(\frac{2}{\log_2 3} + \frac{1}{2 \log_2 3} \right)$$

$$= (2 \log_2 3) \left(\frac{5}{2 \log_2 3} \right)$$

$$= 5$$

別解

$$(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$$

$$= \left(\log_2 3 + \frac{\log_2 9}{\log_2 4} \right) \left(2 \log_3 2 + \frac{\log_3 2}{\log_3 9} \right)$$

$$= (\log_2 3 + \log_2 3) \left(2 \log_3 2 + \frac{1}{2} \log_3 2 \right)$$

(5) 2次方程式 $x^2 + (m+1)x - 2m = 0$ について、異符号の2つの解をもつとする。このとき、 m の値の範囲を求めよ。

解答 $m > 0$

別解

根の存在範囲の問題では

- ①判別式の符号
- ② 軸の符号
- ③境界線の符号

を考慮しましょう。

① $0 < 0$ (異なる2つの解を持つので)
 $\Delta = (m+1)^2 - 4(-2m)$
 $= m^2 + 10m + 1$
 $m < -5 - 2\sqrt{6}$, $5 + 2\sqrt{6} < m$

② 軸の方程式 $x = -\frac{m+1}{2}$ に関しては
 軸がどこにあっても良いので
 全ての実数において成立。

③ 「異符号」より「正と負」なので
 境界はゼロ、すなわち境界において
 $x > 0$ において解ればよい。
 ゆえに、 $2m < 0$, $2m > 0$

①～③より

上記の数直線より

答 $0 < m$

別解

この問題のように「異符号の解をもつ」ときは、「③境界線の符号」のみを調べれば充分なので、ひとつの「軸」として考えましょう。

§ 4 効果・感想

① 生徒に多いミスを提示することにより、テスト返却の際に生徒に「このようなミスが多いので、今後気をつけましょう」と注意を呼びかけることができました。
 しかし、同じミスを繰り返ししなくなったかは、正直不安です。今後の課題です。

② 3学年の文I数学は5名の先生によって担当されています。そのため自分のように経験不足の教員が、先輩教員との指導の差を少しでも縮めることができたらと思っていました。この様子を担当者に配布することで、いろいろご意見をうかがうことができました。また、生徒へ配布・解説をし終えてからも感想や意見を伺えたので、自分にとっては勉強になりました。

この方法は、できれば改良を加えながら今後も続けていきたいと感じておりました。しかし、事前に載せる解答を早めに担当教員に提示する時間を作れず、ご迷惑をおかけしてしまったケースもありました。また、生徒へ示すための主の解答として載せる答案例は、教科書に載っているような記載方法が好ましいと思いました。そして別解の内容も、あまり特殊な方法は、生徒の理解を妨げる要因になっては望ましくないので、経験豊富な先輩の意見を聞いたほうがよいと大いに感じました。基本的なことですが、指導教員間のコミュニケーションはやはり大事だと感じました。

- ③ 今回の工夫をすることで、教員間のコミュニケーションの重要性が再確認できました。今後も、先輩教員にこちらから伺いに行き、授業の工夫の仕方や別解、生徒の誤答例などを聞き、授業で生徒に還元できるように今後も努力して行きたいと思いをします。

§ 5 反省を踏まえて

今春、勤務校が変わることをきっかけに、昨年までの反省を踏まえて授業改善をしようと努めました。

具体的には、毎日の授業開始10分程度、前回の復習問題を行っています。採点は、まず近場の生徒と答案を交換し、私が黒板に解答・解説をし、それをみて生徒が採点をします。

回収をし、生徒がどのような解答をしているのかを確認し、コメントも付けて翌授業時に返却します。内容にもよりますが、復習で20分授業時間を割かれるので残りの30分しかなくなるのは、かなり授業進度に影響を与えます。そのため、授業予習には気を使いますし、試験までの予定時間数にもかなり注意をするようにしました。

□□数学B 基本確認問題□□(p98^101)
11月19日実施 2年 6組 番 氏名

1 次の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} の内積となす角 θ を求めよ。
 $\vec{a}=(1, 0, 1)$, $\vec{b}=(2, 2, 1)$

(解説)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 3$$

また $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

よって $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{3}{\sqrt{2} \times 3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるから $\theta = 45^\circ$

11月より始めたので、効果のほどは次回の定期考査に現れてくれるかは不明ではありますが。しかし、この授業をしていて、生徒が以前よりも落ち着いて授業に臨んでいるように感じるのが何となく感じます。時には授業開始ベル前から問題を配布して、始めるように指示を出すこともあるのですが、生徒は素直に着席し、特に文句も言わずに取り組んでいる様子が見られた時には、心の中で驚きました。また、以前よりも意欲的に授業に取り組んでいるように感じられるので、当分続けてみようと考えています。やはり、自分の授業方法はもっと改善が必要であると大いに反省します。

まず、前授業の復習方法をしばらく続け、効果のほどを調べたいと思います。また、いろいろな先生の授業を参考にして、効果的な方法と感じ、自分でも真似できそうな方法があったら試してみたいと思います。