

大きな数と小さな数の 感覚的理解

北村 正直

大きな数 ?

- ❖ 大きな数はどれだけ大きいか？
- ❖ これは比較の問題
- ❖ 何を基準に大きいというのか？
- ❖ 何に比べて大きいというのか？
- ❖ 比べる“もの”は場合によって異なる
- ❖ 日常我々が使っている数と比べて理解し
たつもりになる

物理量を表わす数

- ❖ “もの”の量は人間と無関係
- ❖ しかし、それを表わす“物理量”は人間が
つくったもの
- ❖ つまり単位を決めて(約束事として)、それ
で“量る”
- ❖ ここでは数といっても、このような物理量を
表わす数のことである

送電線は癌の原因？

- ❖ 環境保護主義の人たちが送電線から出る
電磁波が癌を起こすと騒いだことがある
- ❖ そんな一人が
- ❖ 「放射性物質からでる放射線は電磁波で
ある。送電線からでるのも同じ電磁波であ
る。それが無害であるわけがない。」
- ❖ と送電施設付近に住む人たちの不安を
煽ったことがある。

電磁波のエネルギー

- ❖ 放射性元素の崩壊ででる電磁波、つまり γ -線の
周波数は $\sim 10^{21}$ サイクル/秒
- ❖ 送電線からでる電磁波は50サイクル/秒
- ❖ 電磁波のエネルギーは周波数に比例する
- ❖ **10^{19} 倍のエネルギー**
- ❖ $E(\gamma\text{-線}) > E(50\text{サイクル}) \times (2 \times 10^6)^3$
- ❖ 1辺が20キロメートルの枡の水と
- ❖ 1ccの水の差

宇宙の年齢

- ❖ ビッグバンが宇宙の誕生だとすると
- ❖ 宇宙の年齢(T) ~ 140 億年
- ❖ 1時間 = $60 \times 60 = 3,600$ 秒
- ❖ 1年 = $1,800 \times 24 \times 365 = 31,536,000$ 秒
- ❖ $T = 3,1536 \times 10^7 \times 140 \times 10^8$
- ❖ = 4.41504×10^{17} 秒
- ❖ = 4.41504×10^{26} ナノセカント

宇宙の歴史を1年に縮めると

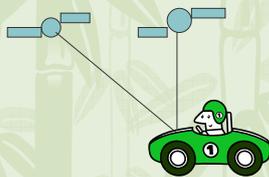
- ❖ 1 日: 38,356,164年
- ❖ 1時間: 1,598,173年
- ❖ 1 分: 26,636年
- ❖ 1 秒: 444年
- ❖ 人類の出現: 大晦日の午後12時56分ごろ
- ❖ 最後の氷河期: 大晦日の午後12時59分

相対性理論は学者のお遊び？

- ❖ 現在の指導要領のスタンス
- ❖ 日常生活にかかわりのあることを学ぶ
- ❖ (それ以外は無意味?)
- ❖ Knowledge relevant to daily life.
- ❖ ところがどっこい
- ❖ 相対性理論は日常生活でも力を発揮

一般相対性理論も役に立つ

- ❖ GPS: Global Positioning System



GPS

- ❖ Global Positioning Systemは
- ❖ 4個のサテライトからの信号を受け
- ❖ 緯度、経度、高度を決める
- ❖ 発信の時刻、受信の時刻からサテライトからの距離を求め、それより三角法により受信器の位置がわかる
- ❖ サテライトは原子時計を搭載

時刻の調整 1

- ❖ 1. 特殊相対論による時計の遅れ
- ❖ サテライト: 地上の時計に対して運動する
- ❖ 2. 一般相対論の効果
- ❖ サテライトの受ける地球の重力場は地上の重力場より弱い。従って地上の時計より進む

時刻の調整 2

- ❖ サテライトの速度が14,000kph
- ❖ 高度20,000km のとき
- ❖ 1の効果は1日あたり 7microsec遅れ
- ❖ 2の効果は1日あたり 45microsec進む
- ❖ 両方合わせて 38microsec/day 進む
- ❖ 割合は?
- ❖ $38 \times 10^{-6} / 8.64 \times 10^4 = 4.40 \times 10^{-10}$

GPSの相対論的効果

- ❖ これを考慮しなければ1日あたり11kmの誤差が生ずる
- ❖ つまりGPSは使い物にならなくなる
- ❖ サテライトの時計は常時地上局との通信で補正され続けているから使用可能

逐次近似による平方根の計算

- ❖ 6回の繰り返しで有効数字32桁の近似値
- ❖ 誤差は 10^{-32} 以下
- ❖ この誤差を1ccの水の量とすると、その 10^{30} 倍の水の量とは1辺が 10^{10} cmの立方体の容器に入る水の量、つまり1辺が10万キロメートルの立方体に入る水の量
- ❖ ちなみに地球の半径は約6700キロメートル