

だって…“方べきの定理”に気がつかないんだもん

有朋高校単位制課程 大谷 健介

1 今年のセンター試験「数学ⅠA」の第3問です

(1) はよいとして、(2) のSPは大問題でした。この間に引っかかってそのあといけなかつたというのが、有朋単位制の生徒でした(複数)。

2 直角三角形と半径1の円でひらめく…か

そこで、直角三角形ABCを頂点Bが原点にくるように座標平面上におきます。

するとA(0, 3), C(4, 0)

さらにOP=OR=1から、

内接円の中心O(1, 1)、P(1, 0),

R(0, 1)となります

(ちなみにQは辺ACを2:3に内分することから、

座標を使ってQRを求めることも可能)

$$\text{内接円 } O : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$\text{直線AP} : y = -3x + 3 \text{ より}$$

$$\text{これらの共有点を求める} (x-1)^2 + (-3x+3-1)^2 = 1$$

$$(5x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1, \frac{2}{5}$$

よって S\left(\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right) となり、点Sは線分PAを3:2内分するので $SP = \frac{3}{5}AP = \frac{3\sqrt{10}}{5}$

また、H\left(\frac{2}{5}, 0\right) より $HP = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ $SH = \frac{9}{5} - 0 = \frac{9}{5}$ となる

$$\text{さらに、} HC = 4 - \frac{2}{5} = \frac{18}{5} \text{ だから } \tan \angle BCS = \frac{SH}{HC} = \frac{1}{2}$$

すると 直線CSは傾きが $\tan(180^\circ - \angle BCS) = -\frac{1}{2}$ となるから

$$\text{直線CS} : y = -\frac{1}{2}x + 2 \text{ である}$$

(3) にでてくる点TはT(2, 1)だから、直線CS上にあることがわかり

$$\tan \angle BCS = \tan \angle BCT = \frac{1}{2}, \quad \angle RSC = \angle RST = 90^\circ, \quad \angle PSC = \angle PST = 45^\circ$$

はあまりに簡単

