

数学教育における私の実践

北海道札幌西陵高等学校

上山 功夫

1

資料説明 1 2

学習内容の統合化に関する資料

- 学習指導案
- 学習内容の構造化

2

資料説明 3 ~ 5

昭和60年高教研発表レポート

- ソシオメトリーを活用したグループ学習
- 板書の工夫
- 公式暗記の指導

3

資料説明 6

筑波大学大学院修士論文 「習熟度別学級編成に関する一考察」より抜粋

- 学級編成パターンとその成果の比較

4

資料説明 7 の左

十勝管内高校数学教育研究会の発表に関する 北海道新聞のインタビュー記事

- 筑波大学大学院の研修内容を発表

5

資料説明 7 ~ 9

筑波大学大学院教育学系学校教育論集

「教育内容に問われている基礎的
基本的事項とは何か
～ 算数・数学教育の場合～」

6

資料説明 10

渡島管内高等学習指導研究会
講演内容

「高等学校の学習指導改善の方途」

7

資料説明 11 ~ 14

北海道立教育研究所
研究紀要第107号

「学習指導における情意形成」
より抜粋

8

資料説明 15 ~ 18

北空知高等学校連盟
数学サークル研修会講演

「教育相談の手法を取り入れた授業
の進め方」

9

資料説明 19 ~ 22

北海道立教育研究所
研究紀要第115号

「自己教育力を育てる学習指導」
より抜粋

10

資料説明 23 ~ 25

「北海道教育」第115号への
投稿論文

「学習指導における小・中・高の連携」
～主体的に学ぶ
児童・生徒の数学教育

11

資料説明 26 ~ 28

十勝管内
高等学校数学教育研究会講演

「豊かな心を育成する数学教育」

12

資料説明 29 ~ 30

北海道通信新春インタビュー記事

「個性化教育をどう進めるか」

資料説明 31 ~ 32

高等学校入学者選抜
学力検査問題の改善

- 暗記した知識の再生でなく思考を求めた
- 日常生活で数学を活用する場面を素材にした
- 文章を読む力, 数学的に処理する力を求めた
- 空間図形を素材として想像力を求めた
- 中学校の授業中の操作活動の習熟を調べた
- 領域の融合問題により思考力を求めた
- 問題を作る問題により発散的思考を求めた

数学教育への疑問

1. 高校時代

- 数学(受験勉強)は何のためにするのか

2. 大学時代

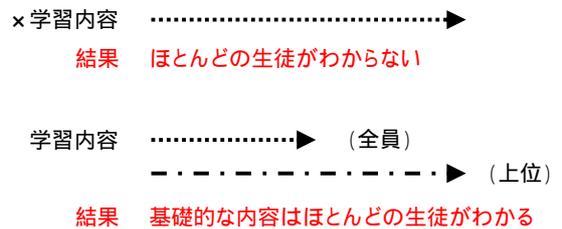
- 数学の学問的な追究はどこまで続くのか
- 数学を学ぶことは何の役に立つのか
- 数学における人間形成とは何か

3. 新得時代

- 就職希望の生徒に対する数学教育とは何か
- 数学教育の基礎基本とは何か
- 習熟度の個人差に対応する数学教育は

数学教育における私の実践

新得高校における「数学」の指導



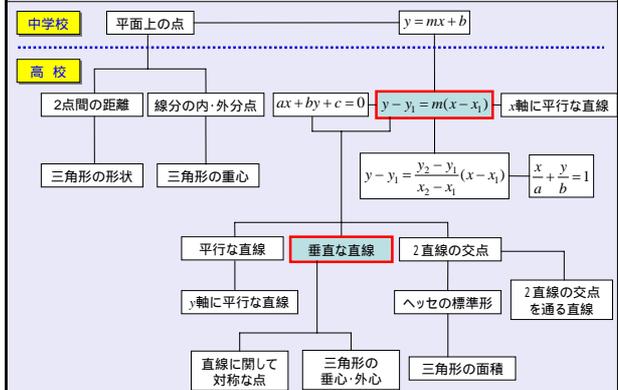
帯広柏葉高校における実践と
その後の研究の関連

教材の統合

教科書	傍用問題集	参考書
例題	STEP 1	基本事項
問	STEP 2	解説
練習	STEP 3	例題
節末問題	STEP 4	練習

これらの教材を学習内容ごとに束ねて授業を行った

単元「点と直線」の学習内容の構造分析



「確率統計」の指導案【導入】

課題の把握
(復習)
1枚の硬貨を2回続けて投げるときに出る表の回数の確率分布を求める(前時学習内容)

回	確率
0	1/4
1	1/2
2	1/4
計	1

見直し
確率分布Xを用いた確率分布を学ぶ

「確率統計」の指導案【展開】

(ex1) 1枚の硬貨を3回続けて投げるときに出る表の回数Xの確率分布を求める(自作問題)

回	確率
0	
1	
2	
3	
計	

(ex2) 1個のさいころを2回振るとき、1の目が出る回数Xの確率分布を求めよ。(自作問題)
ex1, 2から共通法則を見つける

「確率統計」の指導案【整理】

学習内容の一般化
確率分布の性質・記号の意味を学ぶ
記号 $P(X=X_k)$, $P(X_k)$, P_k
性質
 $P_1, 0, P_2, 0, \dots, P_n, 0$
 $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$

類似問題への適用
(練習1) 白玉5個, 黒玉3個が入っている袋の中から玉を4個取り出すとき, 白玉の出る個数Xの確率分布を求める
(発展問題) 2個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の差の絶対値Xの確率分布を求める(節末問題)
次時の学習の予告

「1次関数」の単元構造図

進度マップA 「1次関数」

【第1ステップ】 いろいろな現象から伴って変わる2つの量を見つける
【第2ステップ】 §1 1次関数って何だろう? 係数とは, 定数項とは
【第3ステップ】 §2 1次関数の変化の様子 変化の割合とはさて何だろう
【第4ステップ】 §3 1次関数とグラフ 君はグラフがかけろか!
【第5,6ステップ】 §4 1次関数の式の求め方 いろいろな条件から式を求めてみよう

【第7ステップ】 §1 2元1次方程式のグラフ 1次関数と1次方程式にはある関係があった! それは...

【第8ステップ】 §2 連立2元1次方程式の解とグラフ 連立方程式にはもう一つの意味があった. 解のない方程式の秘密!

【第9ステップ】 §4 1次関数の式の求め方 いろいろな条件から式を求めてみよう

関数の理解を深める

進度マップB 「1次関数」

【第1ステップ】 伴って変わる2つの量を見つけてられる対応表・式を作ることができる.

【第2ステップ】 1次関数の定数項と変域がわかる.

【第3ステップ】 1次関数の変化の割合の特徴がわかる.

【第4ステップ】 1次関数のグラフをかきながら, 傾きや切片がわかる.

【第5ステップ】 傾きと切片から1次関数の式を求めることができる.

【第6ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第7ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第8ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第9ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第10ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第11ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第12ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第13ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第14ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第15ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第16ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第17ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第18ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第19ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第20ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第21ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第22ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第23ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第24ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第25ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第26ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第27ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第28ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第29ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第30ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第31ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第32ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第33ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第34ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第35ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第36ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第37ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第38ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第39ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第40ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第41ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第42ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第43ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第44ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第45ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第46ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第47ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第48ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第49ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第50ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第51ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第52ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第53ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第54ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第55ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第56ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第57ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第58ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第59ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第60ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第61ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第62ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第63ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第64ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第65ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第66ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第67ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第68ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第69ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第70ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第71ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第72ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第73ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第74ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第75ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第76ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第77ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第78ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第79ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第80ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第81ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第82ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第83ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第84ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第85ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第86ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第87ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第88ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第89ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第90ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第91ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第92ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

【第93ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第94ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第95ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第96ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

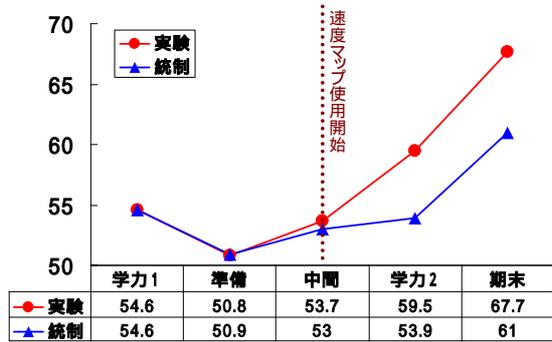
【第97ステップ】 傾きと切片が与えられたときの直線の式を求める.

【第98ステップ】 2点を通る直線の式を求める.

【第99ステップ】 傾きと1点を与えられたときの直線の式を求める.

【第100ステップ】 グラフ(傾き, 切片)から式を求める.

平均点の推移



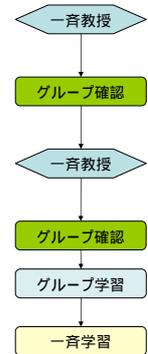
25

授業計画

1. 直線 $ax+by+c=0$ と平行なベクトルの一つが $u=(b, -a)$ であることを示す。
2. 2直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ のなす角の一つを θ とし,
 $u_1=(b_1, -a_1)$ $u_2=(b_2, -a_2)$
 とすると

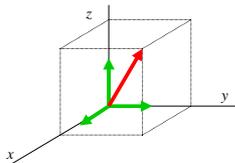
$$\cos \theta = \frac{u_1 \cdot u_2}{|u_1| |u_2|} \quad (0^\circ \leq \theta < 180^\circ)$$
 であることを示す。

練習13 次の2直線のなす角を求めよ。
 $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$, $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$



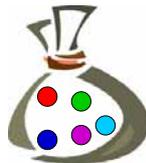
板書の工夫 その1 色チョークの工夫

「1つの空間ベクトルは基本ベクトルで表せる」



$$\frac{d}{dx} \int_a^x (x-t) f(t) dt$$

「5つの異なる色の球が...」



t の積分であることがはっきりする



板書の工夫 その2 仮定と結論の板書

「提灯を持ってお迎えにゆく」

「...であるようにA, B, Cをとるとき, 3点A, B, Cが同一直線上にある」を証明する問題」

解 ...であるから

$$\overline{AB} =$$

$$\overline{AC} =$$

$$\therefore \overline{AB} = t \overline{AC} \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{AC}$$

ゆえに 3点A, B, Cが同一直線上にある

28

板書の工夫 その3 繰り上げスタート

次の方程式を解け。

$$2x^2 - 3x > 2 \quad \dots \quad x^2 - 2 \quad 2x \quad \dots$$

解 より $2x^2 - 3x - 2 > 0$, $(x-2)(2x+1) > 0$

$$\text{よって } x < -\frac{1}{2}, 2 < x \quad \dots$$

第1段階

$$\text{より } x^2 - 2x - 2 = 0, x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ の解は } x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{よって } 1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3} \quad \dots$$

第2段階

より

$$1 - \sqrt{3} < x < -\frac{1}{2}, 2 < x < 1 + \sqrt{3}$$

29

板書の工夫 その4 穴埋め式板書

第15項が33, 第45項が153である等差数列がある。217はこの数列の第何項か。

この数列の初項を a , 公差を d , 第 n 項を a_n とすると

$$a_n = a + \square d$$

$$a_{15} = 33, a_{45} = 153 \text{ であるから}$$

$$33 = a + \square d$$

$$153 = a + \square d$$

$$\text{これを解いて } a = \square, d = \square$$

$$a_n = \square$$

$$217 \text{ が第 } n \text{ 項であるとする}$$

$$\square = 217$$

$$n = \square$$

したがって, 217はこの数列の第 \square 項である。

30

板書の工夫 その5 公式暗記法

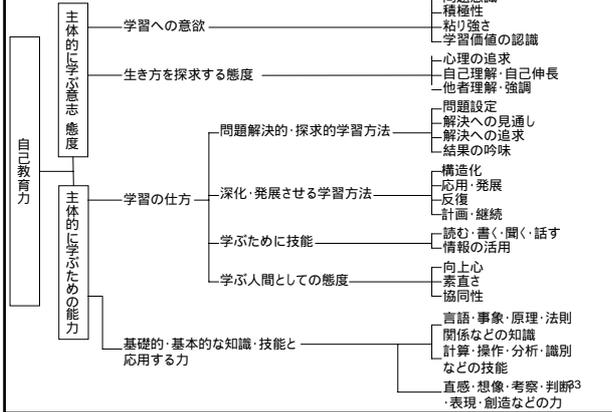
- 等比数列 $8, 16, 32, \dots, 2^{n-2}$ の和を求めよ。
等比数列の和の公式
初項 8 , 公比 2 , 項数 $n-4$ $\frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow$ 初項 $(1-\text{公比}^{\text{項数}})$
 $\frac{8(2^{n-4}-1)}{2-1}$
- $\vec{a}=(a_1, a_2), \vec{b}=(b_1, b_2)$ のとき
 $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$
ベクトルの大きさは各成分の平方の和の平方根
内積は同じ成分どうしの積の和
- $\vec{a}\parallel\vec{b} \Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$
 $\vec{a}\parallel\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ の成分の比が等しい $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$
 \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ をとるとする
 $\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}} \Rightarrow$ 内積
ベクトルの大きさの積

31

予習プリントを活用する授業

学 習 課 程	教 師 の 働 き か け	学 習 形 態 (時 間)
復 習	本時に関する一項の復習	一 斉 (5 分)
予習プリントの答え合わせ	机 間 指 導	グ ル ー プ (1 5 分)
答 え の 板 書	板書する班を指名	グ ル ー プ (5 分)
板書内容の確認	板書内容の補足説明	一 斉 (1 0 分)
補充プリントの学習	机 間 指 導	グ ル ー プ (1 0 分)
予習プリントの内容把握	次の予習プリントの説明	一 斉 (5 分)

自己教育力の構造



発達段階に応じて重視すべき学習の仕方

高等学校

発達の特徴	問題解決 探求的学習方法	深化・発展させる学習方法		学ぶための技能	学ぶ人間としての態度
		学校	家庭・地域		
<ul style="list-style-type: none"> 進路の分化 形式的操作 仮説的な演繹的推論 構造的・閉鎖的な社会事象把握 客観的思考 身体的成長の完成 「生きること」の意味の探求 親友との出会い 	<ul style="list-style-type: none"> 学習のねらいを把握し、学習内容に自ら問を持つ 体験や奇襲事項をもとに解決の見通しを持つ 必要な情報を選択・活用し、効率的な方法によって追求する 学習結果を検証し、新しい問題に発展させる 	<ul style="list-style-type: none"> 基本的な学習内容と付随的学習内容を分類して学習する 	<ul style="list-style-type: none"> 計画に基づいて継続的に学習する 習熟・定着するまで学習を反復する 個性に合った得意科目を作る 	<ul style="list-style-type: none"> 主題や論旨を的確にとらえて読む 相手の話の要旨を的確におさえながら聞く 必要な情報を収集・整理し、科学的に分析する 目的や場に応じて話す 論説文を書く 	<ul style="list-style-type: none"> 社会事象の総合的分析に関心を持つ 最適な方法を選択して解決に努力する 「生き方」について思索する 友人と共に自己確立に努める

発達段階に応じた算数・数学科指導

高等学校

<ul style="list-style-type: none"> グラフ・表・図などを使って、問題を明確に読みとる 複数の既習事項をよりどころに、解決の見通しを立てる 条件を記号や式で簡潔に表しながら追求する 発送の転換を図り、行き詰まりを突破する 結果を多角的・総合的に吟味し、新しい問を発見する 	<ul style="list-style-type: none"> 一人一人の生徒の実態に応じた指導を工夫する 生涯学習のためのミニマム・エッセンスを踏まえた指導をする 既習事項を発想させ、思考が常に続くような発問・説明をする 家庭学習と授業を一体化させ、ひとり学習の時間を多くする グループで教えあう時間を設定する 学習内容に応じて、コンピュータを活用する学習活動を取り入れる
--	--