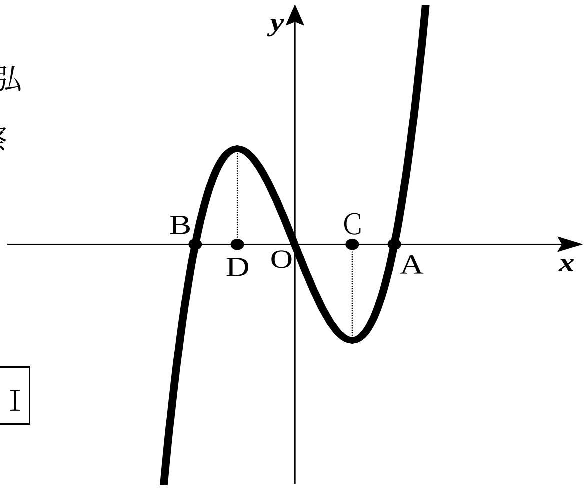
2003・8・2　北数教数学教育実践研究会
　授業事例報告　中央大学杉並高等学校　高尾　弘

$f(x)=x^3-3kx$（$k>0$）についての考察



$f(x)$ の基本性質

Ⅰ．$f(x)$ は奇関数である。
　（$y=f(x)$ のグラフは原点に関して対称）

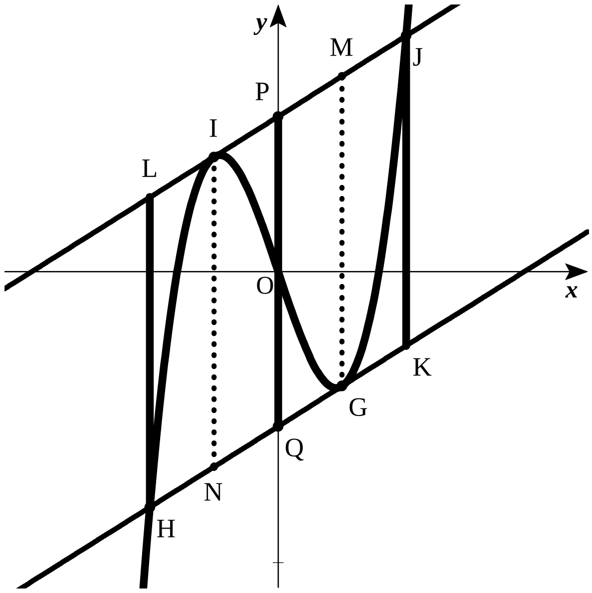
Ⅱ．$f(x)$ は極値をもつ。

$\boxed{\text{OC：OA}=1：\sqrt{3}\quad \text{である。・・・・重要性質Ⅰ}}$

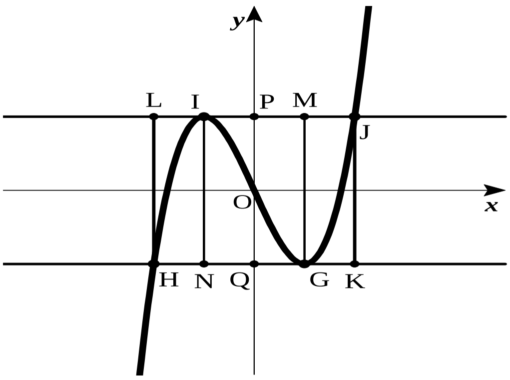
$y=f(x)$・・・①の上の点 $G(t, f(t))$ における
接線を②とする。①、②の交点を H とするとき、
$H(-2t, f(-2t))$ である。

$y=f(x)$・・・①の上の点 $I(-t, f(-t))$ における
接線を③とする。①、③の交点を J とするとき、
$J(2t, f(2t))$ である。

平行四辺形 JKHL の中に 4 つの合同な平行四辺形 JKGM、MGQP、PQNI、INHL ができる。・・・・重要性質Ⅱ



直線②が x 軸に平行なとき、
平行四辺形はすべて長方形に
なるから、
HN：NG：GK＝１：２：１　である。



$g(x)=x^3+bx^2+cx+d$ について

$g'(x)=3x^2+2bx+c$ より $b^2-3c>0$ のときは極値もつ。

$g''(x)=6x+2b=0$ より $x=-\dfrac{b}{3}$、よって $y=g(x)$ は変曲点（$-\dfrac{b}{3}, g(-\dfrac{b}{3})$）に関し対称

$y=g(x)$ の変曲点が原点にくるようにグラフを平行移動すると、

$$y=g(x-\frac{b}{3})-g(-\frac{b}{3})=x^3-\frac{1}{3}(b^2-3c)x$$

このグラフは原点に関して対称　（$b^2-3c>0$ のとき極値をもつ。）　以上