

授業内で無理なく紹介できる三角関数の加法定理の証明

～なぜ成り立つのかを実感できる学習を目指して～

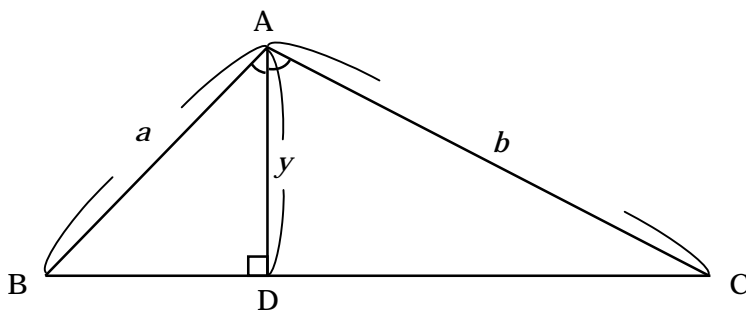
平成20年6月7日(土) 第65回北数教数学教育実践研究会

北海道釧路江南高等学校 木村 尚士

～なぜ成り立つのかを生徒自身が実感する喜びを求めて～

加法定理の証明は、これを前提としてすすめる演習問題の学習量に押され、多くの現場で紹介することが困難になっているように思われる。実際、学習する生徒の身になれば、試験に出る問題は、定理を前提にした演習問題がほとんどで、なぜ加法定理が成り立つかを考えるまもなく、試験に出る演習問題を優先せざるを得ないという現状に陥りやすい。また、高等学校の教科書で紹介されている加法定理の証明では、単位円上の2点の等角回転により等式を導く方法が多く、授業の中で紹介できたとしても、なかなか生徒たちにわかる喜びや感動を伝えるのが難しい。そこで視点を新たにし、生徒自身が定理を実感しやすい証明方法を探してみた。

次の図のような $\triangle ABC$ を考え、 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$ から $\sin(\alpha + \beta)$ を導く。



解説するときには、あらかじめ

$$\frac{y}{a} = \cos\alpha \text{ より } y = a \cos\alpha, \frac{y}{b} = \cos\beta \text{ より } y = b \cos\beta \text{ を説明する。}$$

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD \text{ より}$$

$$\frac{1}{2}ab \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}ay \sin\alpha + \frac{1}{2}by \sin\beta$$

$$= \frac{1}{2}a b \cos\beta \sin\alpha + \frac{1}{2}b a \cos\alpha \sin\beta$$

$$= \frac{1}{2}ab \sin\alpha \cos\beta + \frac{1}{2}ab \cos\alpha \sin\beta$$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

上記以外にも、視覚的な証明方法はいろいろあり、生徒自身が定理を実感でき、感動でき、そして納得できる教材として、高校数学の教育現場で大いに活用すべきだと考えている。

【参考文献】

- [1] 秋山仁・奈良智恵・酒井利訓 『証明の展覧会』 東海大学出版会 (2003)
- [2] 竹野茂治 (新潟工科大学) 『三角関数の加法定理について』 (2003)