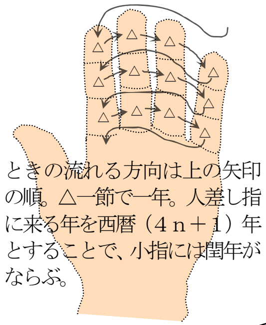
暗算で何曜日かわかる”カレンダーの数学”

第Ｂ章　与えられた西暦（２０世紀と２１世紀）の元日が何曜日かを求める方法（左手）

【ときの流れる方向】を意識し、【年の位置】と【曜日の位置】を重ね合わせ、対応させて求めます。

【ときの流れる方向】



ときの流れる方向は上の矢印の順。△一節で一年。人差し指に来る年を西暦（４ｎ＋１）年とすることで、小指には閏年がならぶ。

次の集合 C から D への写像を W とし、西暦 x 年の元日の曜日を W(x)とする。

C＝ {x | 1901≦x≦2100 , x は整数}

D＝ { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } として、D の要素に曜日「日、月、火、水、木、金、土」をこの順に対応させる。

このとき、x＋4m∈C かつ x∈C を満たす、任意の西暦 x 年に対して、常に次の式が成り立つ。

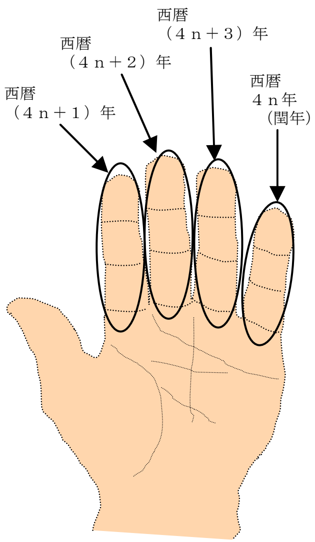
$$W(x+4m) \equiv W(x) - 2m \pmod{7}$$

（ただし m は整数）

たとえば、m＝7 のとき、mod 7 で、W(x＋28)≡W(x) だから、W(x) は周期 28 年の周期関数である。

たとえば、m＝－25 のとき、mod 7 で、W(x－100)≡W(x)＋1

【年の位置】



【人差し指に現れる月曜日（28 年周期）】

1917 年（大正 6 年）…ロシア革命

1945 年（昭和 20 年）…終戦

1973 年（昭和 48 年）…オイルショック

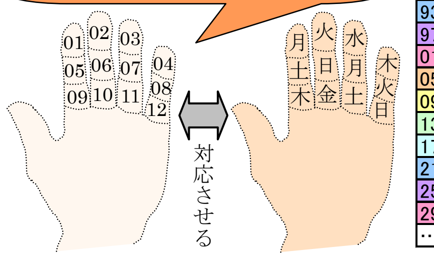
2001 年（平成 13 年）…同時多発テロ

2029 年（平成 41 年）

2057 年（平成 69 年）

2085 年（平成 97 年）

たとえば、２００１年を人差し指の先とするとこのようになる。



【年の位置】と【曜日の位置】

人差し指	中指	薬指	小指
			…
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60
61	62	63	64
65	66	67	68
69	70	71	72
73	74	75	76
77	78	79	80
81	82	83	84
85	86	87	88
89	90	91	92
93	94	95	96
97	98	99	00
01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
…			

人差し指	中指	薬指	小指
			…
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
…			

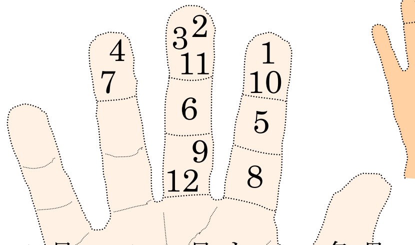
第Ａ章　元日が何曜日かわかっている年の○月○日が何曜日かを求める方法（右手）

【ときの流れる方向】を意識し、【日付の位置】と【曜日の位置】を重ね合わせ、対応させて求めます。

【ときの流れる方向】

ときの流れる方向は上の矢印の順。△一節で一日。七つの△を一周すると元に戻って一週間。

【日付の位置】



１月～１２月までの各月の朔日の位置は上の通り。

同じ月の１日、８日、１５日、２２日、２９日（７ｎ＋１）日は同じ位置（同じ曜日）となる。

1　8　15　22　29　は同じ場所。

対応させる

【曜日の位置】

人差し指の先に、その年の元日の曜日を置く。

たとえば、元日が火曜日のときは、ときの流れる方向を意識して、このようになる。

【閏年のときに行う処理（計算結果への曜日加算＋１を行う）】
その年が閏年のときは、３月～１２月の場合のみ、計算結果の翌日の曜日を答えとする。
たとえば、水曜日とでたら木曜日、日曜日とでたら月曜日を答えとする。

第Ｃ章　２０世紀と２１世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法（曜日加算）

グレゴリオ暦（１５８２年１０月１５日以降）では、西暦が１００の倍数の年は、４の倍数であるが閏年としない。ただし、西暦が４００の倍数のときは、例外的に閏年とする。このため、西暦１９００年以前や２１０１年以降（２０世紀と２１世紀以外）のように、遠く離れた日付の曜日を求めるときは、第Ｂ章（左手）の方法で求めた結果の曜日に対して、更に下にまとめた曜日加算表にあげる加算の値を曜日に加えて答えればよい。たとえば、求める日付が１８世紀のときは、加算＋２であるから、計算結果が水曜日とでたら、その＋２の金曜日が答えとなる。

【曜日加算表】

世　紀	16世紀　17世紀	18世紀	19世紀	20世紀　21世紀	22世紀	23世紀	24世紀　25世紀
西　暦	1501(1582～) ～ 1700	1701 ～ 1800	1801 ～ 1900	1901 ～ 2100	2101 ～ 2200	2201 ～ 2300	2301 ～ 2500
加算	＋3	＋2	＋1	±0	－1	－2	－3

詳しい内容については、各章ごとに解説・例題等がありますので、そちらをご覧ください。　北海道留萌高等学校　木 村　尚 士　お問い合わせ等連絡先e-mail kimura134@hokkaido-c.ed.jp【平成１９年１１月版】

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』の要旨と本原稿の構成について

北海道留萌高等学校　木村　尚士　【平成１９年１１月版】

新学習指導要領（平成 11 年３月告示）における高校数学の新しい科目「数学基礎」が、平成１５年度より「数学Ⅰ」と並ぶ必履修選択科目として新設可能となりました。その「数学基礎」の教科書（実教出版株式会社「７実教 数基００２」第４章 身近な数学）の中に“カレンダーの数学”という単元があります。たとえば、「西暦１９８８年１０月１０日は何曜日であるか求めなさい。」「自分の生年月日は何曜日であるかを求めてみよう。」といった問題を扱います。このように、西暦何年何月何日が何曜日なのかを、指の節（手のひらと指の形）を使って暗算で求める方法について、その解説及び例題、練習問題等を解答例も含めて作成しまとめました。

曜日を求めるアルゴリズムには「ツェラーの公式」〈 Calendar Formulas, Christian Zeller of Markgröningen：From the German by Sebastian Koppehel (1886) 1 Day of the Week Calculation 〉があります。このツェラーの公式は、その日付が何曜日かを求めることができる、ガウス記号（[x]：x を超えない最大整数）を使った計算式で、パソコンのソフトウェア開発等で用いられている大変便利な公式です。しかし、計算の得意なパソコンではなく、計算の不得意な人間が使うとしたらどうでしょう。まずツェラーの公式を正確に覚えなければなりません。また、ガウス記号のまざった複雑な計算にも耐えなければなりません。珠算等でしっかり数値計算力を鍛えなければ、暗算で答えを出すのは容易なことではありません。

今から４０～５０年前頃に、日本国内の各地で一時ブームになったことがあるといわれる、ある曜日の求め方がありました。その方法は、右手の指の節を使い、元日が何曜日かわかっている年において、その元日の曜日を基に、その年の全ての日付の曜日（１年間のカレンダー全て）を求めることができるというものでした。体の一部である指を使うから覚えやすく、誰でも簡単にすぐその場で使える、とても便利な計算方法です。そこでこの方法に、西暦何年の元日が何曜日になるのかを求める新たな方法を、更に別途付け加え、これら二つを併用することで、遠く離れた日付の曜日も、指の節を使って求めることができるようになりました。これらの方法は、いわば一種のソフトウェアのようなものですが、使う道具はパソコンではなく、手を使うことのできる人間に備わるイマジネーション、想像力であると言えるでしょう。手のひらと指の形をイメージし、曜日を求めるために必要なごく僅かの情報を、あなたの手や脳にインストールすることで、単調な計算をせずとも、西暦何年何月何日が何曜日なのかを暗算で求めることができるようになります。

これらの方法を、本校定時制課程の授業の中で実際に取り扱い、想像以上に学習効果を上げることが出来ました。特に印象的だったのは、７で割る割り算のできない生徒が、この方法ならしっかり理解し、正しく求めることができたことです。求め方は実に単純明快。しかも、どこでも手軽に使えるこの“カレンダーの数学”について、数学教育に携わるより多くの先生方のご理解をいただき、未来を担う若者たちに、その楽しさと便利さを存分に味わい体験してもらい、実生活に役立つ数学の一例として、更には数学の有用性を実感させる新しい教材の一つとして、ご活用頂ければ幸いです。

本稿は、次の４つの章で構成されています。

第Ａ章 元日が何曜日かわかっている年の〇月〇日が何曜日かを求める方法（右手）

右手の指の節７つを使って、１月１日が何曜日なのかを基に、その年の日付の曜日を求める方法を紹介します。最初は覚えなければならない事が多いと感じる方もいるかもしれませんが、同じ月の１日・８日・１５日・２２日・２９日は同じ曜日であることと、各月の朔日の位置が、指の節のどこなのかさえ覚えれば、１年間３６５日（閏年では３６６日）のどの日付の曜日も簡単に求めることができるようになります。何度か練習をして慣れてくれば、頭の中で右手の指の形をイメージし、カレンダーなしで何曜日かわかるようになります。

第Ｂ章 与えられた西暦（２０世紀と２１世紀）の元日が何曜日かを求める方法（左手）

西暦何年の元日が何曜日になるのかを求める方法を紹介します。西暦２００１年１月１日が西暦（４ｎ＋１）年の月曜日（左手の人差し指の月曜日）であることを基に、西暦４ｎ年が必ず閏年となる範囲内において常に成り立つ合同式と、左手の指の節を用いて求めます。我々が指を使うことができる分、合同式もツェラーの公式より格段にシンプルで、労なく覚えやすい式となっています。取り扱える範囲は、２０世紀と２１世紀（１９０１年～２１００年）ですが、２１００年については１００の倍数で４００の倍数でない年のため、４ｎ年だが閏年でないことだけ注意が必要です。

第Ｃ章 ２０世紀と２１世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法（曜日加算）

第Ｂ章で取り扱える範囲を超える日付の曜日を求める方法を紹介します。現在使われている暦であるグレゴリオ暦（ただしこの暦が最初に導入された１５８２年１０月１５日以降）の場合と、グレゴリオ暦導入以前に使われていたユリウス暦の場合と、大きく２つに分けて紹介します。

第Ｄ章 グレゴリオ暦導入の経緯について（補足資料）

グレゴリオ暦導入の経緯とその採用年等についての資料をまとめています。

学校種によっては、第Ａ章だけの学習でも十分教材として活用できます。また第Ａ章と第Ｂ章の学習を併用すれば、２０世紀と２１世紀のすべての日付の曜日を暗算で求めることができ、「数学基礎」の教科書の問題にも十分対応できます。第Ｃ章と第Ｄ章は、さまざまな歴史的事柄と照らし合わせながら扱うこともできる教材です。

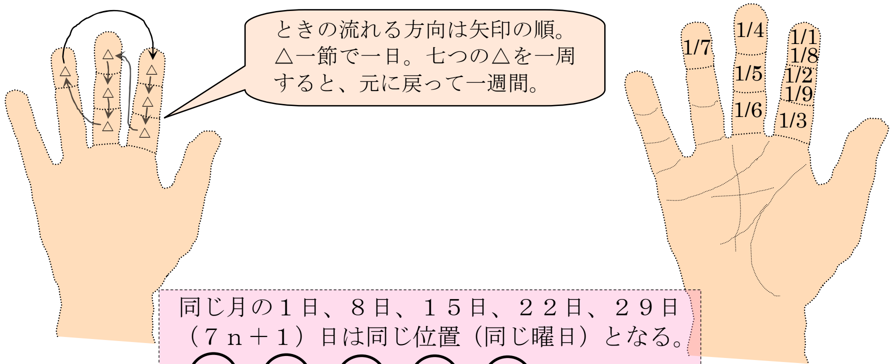
『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における

第Ａ章 元日が何曜日かわかっている年の○月○日が何曜日かを求める方法（右手）

北海道留萌高等学校　木村　尚士　【平成１９年１１月版】

〈１〉右手の人差し指の先を元日とする

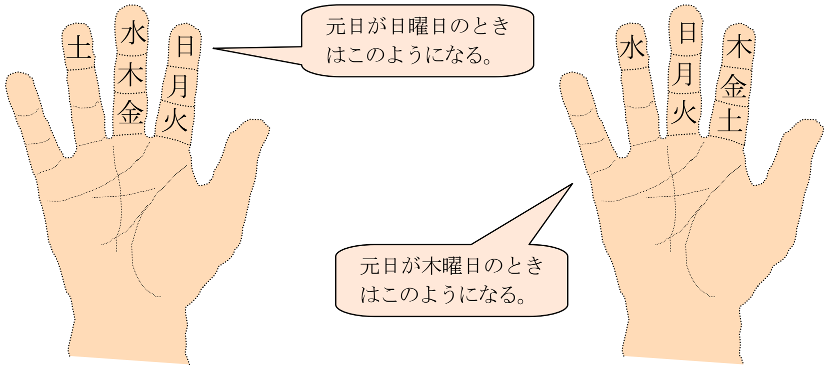
求めたい年の元日が何曜日であっても、つねにその年の元日を、右手の人差し指の先に置きます。そして、指の節に区切りを入れ、図のように人差し指に三カ所、中指も三カ所、薬指は一カ所の合計七カ所を使用します。１日を指一節分として、元日から初めてこの七カ所を繰り返しまわるように、ときの流れる方向を左下の図のように定めます。すると、右下の図のように１月１日と１月８日は同じ位置（すなわち同じ曜日）であることがわかります。同様に、１月１５日、１月２２日、１月２９日もすべて同じ位置だから同じ曜日になります。この、１，８，１５，２２，２９日が同じ位置であることは、１月に限らず全ての月で同様に使いますので必ず覚えてください。



同じ月の１日、８日、１５日、２２日、２９日（７ｎ＋１）日は同じ位置（同じ曜日）となる。

1　8　15　22　29 は同じ場所。

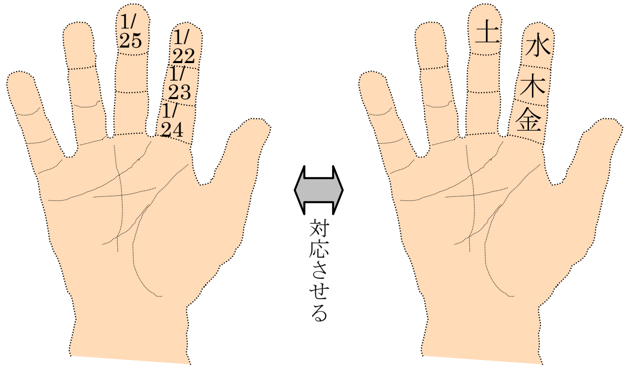
以上のようにして、【日付の位置】を求めたら、今度は下の図のように、【曜日の位置】を求めます。【曜日の位置】は、曜日を求めたい年の元日の曜日を、つねに右手の人差し指の先に置き、ときの流れる方向も同様に定めます。たとえば、元日が日曜日の年のときは、日曜日が人差し指の先にくるから、その他の曜日も左下の図のようになります。あるいは、元日が木曜日の年のときは、木曜日が人差し指の先にくるから、その他の曜日も右下の図のようになります。



このように、同じ右手の指の上で、【日付の位置】と【曜日の位置】をそれぞれ求め、それらを重ね合わせて対応させることで、目的の日付の曜日を求めることができます。まず、簡単な例題を紹介しましょう。

例題Ａ１　元日が水曜日の年において、１月２５日は何曜日か求めよ。

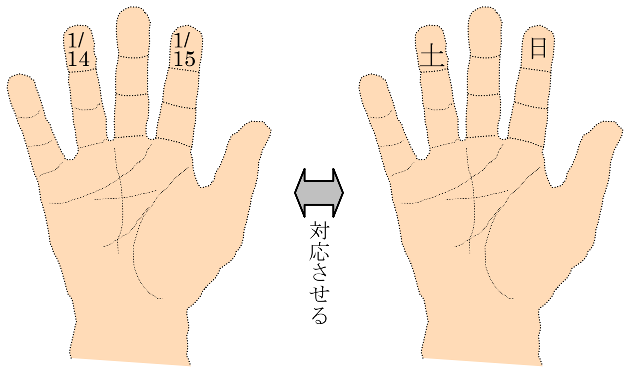
解答例　日付の位置は、１月２２日が人差し指の先だから、１月２５日は中指の先になる。また、曜日の位置は、元日が水曜日だから人差し指の先が「水」になるので、中指の先は「土」になる。



答え　　１月２５日は土曜日である。

例題Ａ２　元日が日曜日の年において、１月１４日は何曜日か求めよ。

解答例　日付の位置は、１月１５日が人差し指の先だから、１月１４日は薬指の先になる。また、曜日の位置は、元日が日曜日だから人差し指の先が「日」で、薬指の先は「土」になる。



答え　　１月１４日は土曜日である。

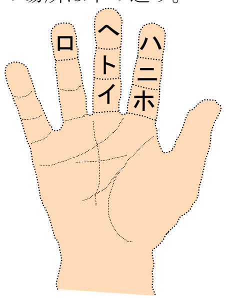
〈２〉各月の朔日の位置を覚えて活用する

下の表は、１月から１２月までの各月の日数と、その日数が mod7 で合同になる整数（その日数を７で割ったときのあまり）をまとめたものです。大の月（１月・３月・５月・７月・８月・１０月・１２月）の翌月の朔日は、その月の朔日＋３日。小の月（４月・６月・９月・１１月）の翌月の朔日は、その月の朔日＋２日。特に、２月の翌月（３月）の朔日は、２月の朔日±０日であることがわかります。（ただし、扱っているこの年は閏年でないものとし、閏年の場合の扱い方については本章後節で別途紹介します。）この表の結果を、前節同様、ときの流れる方向を意識し、各月の朔日の場所が左下の図のハ～ロのどの位置にあるかを求め、各月の朔日の位置をまとめたものが右下の図になります。

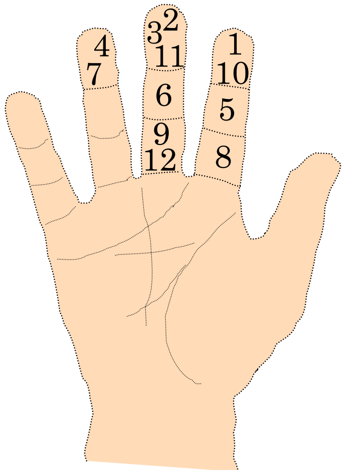
【１月～１２月までの各月の日数と合同な値（７で割ったあまり）及び朔日の場所】

月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
日数	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
日数≡？(mod7)	+3	±0	+3	+2	+3	+2	+3	+3	+2	+3	+2	+3
朔日の場所の計算		ハ＋3	ヘ±0	ヘ＋3	ロ＋2	ニ＋3	ト＋2	ロ＋3	ホ＋3	イ＋2	ハ＋3	ヘ＋2
朔日の場所	ハ	ヘ	ヘ	ロ	ニ	ト	ロ	ホ	イ	ハ	ヘ	イ

上の表におけるハ～ロの場所は下の通り。



【１月～１２月までの各月の朔日の位置】



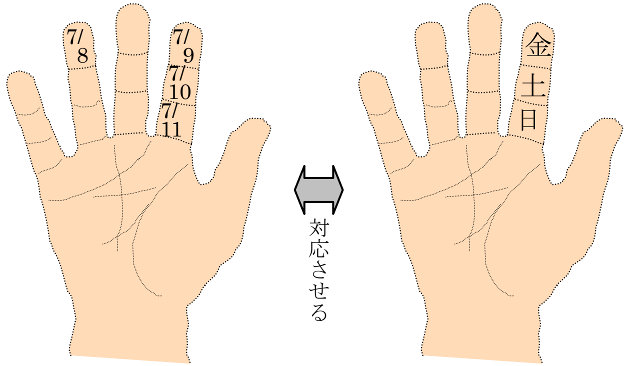
右上の【１月～１２月までの各月の朔日の位置】を必ず覚えてください。
これを覚えるだけで、１年間のカレンダーを全て覚えたのと同じことになります。
覚えやすくするために、以下①～⑦にその特徴をまとめておきます。

① ３の倍数の月は、全て中指に並んでいる。
② ２月と３月は同じ中指の先で、１１月も同じ中指の先である。
③ １月と１０月は同じ人差し指の先である。
④ ４月と７月は同じ薬指の先である。
⑤ ９月と１２月は同じ中指の一番下である。
⑥ ５月は、６月の右隣り（隣の人差し指）である。
⑦ ８月は、９月の右隣り（隣の人差し指）である。

覚えたらもう一度、１月～１２月までの場所を、１月から順番に、親指で押さえながら、何度か復習して慣れてください。では次に、これらを利用した例題を紹介します。

例題Ａ３ 元日が金曜日の年において、７月１１日は何曜日か求めよ。

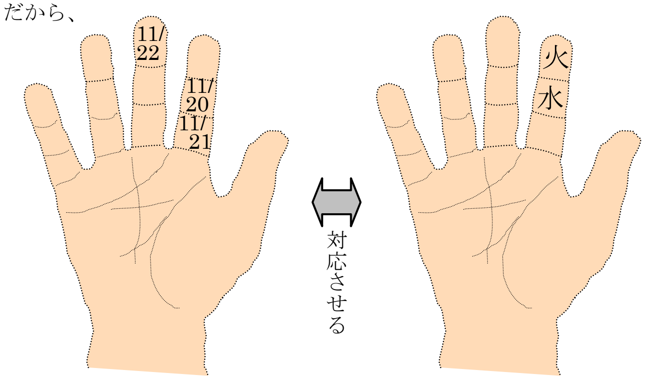
解答例 ７月１日も７月８日も、薬指の先である。また、元日は金曜日だから、



答え ７月１１日は日曜日である。

例題Ａ４ 元日が火曜日の年において、１１月２０日は何曜日か求めよ。

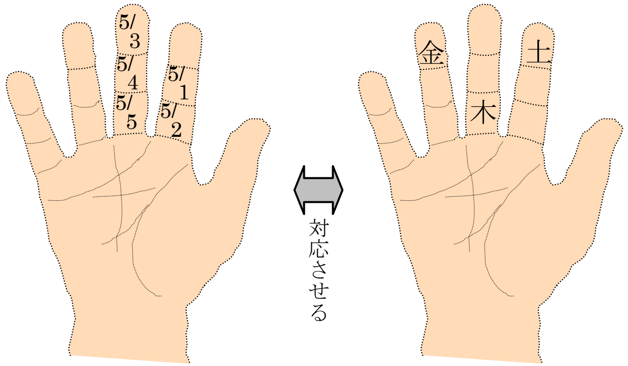
解答例 １１月１日、８日、１５日、２２日は、同じ中指の先である。また、元日は火曜日だから、



答え １１月２０日は水曜日である。

例題Ａ５ 元日が土曜日の年において、５月５日は何曜日か求めよ。

解答例



答え　　５月５日は木曜日である。

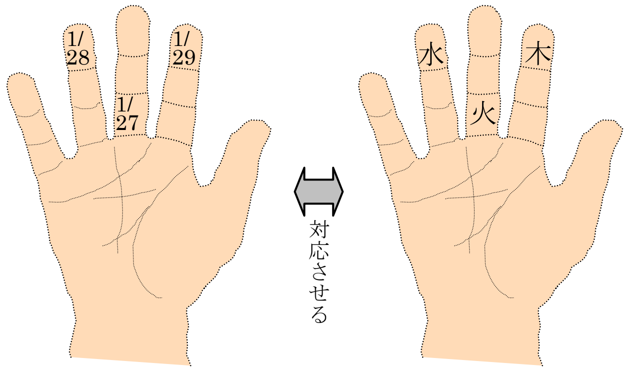
以上のように、１月～１２月までの各月の朔日の位置を活用することで、その年の元日の曜日さえわかっていれば、その年のカレンダーはすべて右手の上に現れてくることがわかります。

〈３〉その年が閏年のときに行う後処理について

曜日を求めようとする年が閏年のときは、２月が２９日までであるので、１月～２月の計算方法については閏年でないときと同様ですが、３月～１２月については、２月２９日が増えた分、求めた計算結果（曜日）の翌日の曜日（たとえば「月」なら「火」、「火」なら「水」、…、「日」なら「月」）が正しい答えになります。例題をやってみましょう。

例題Ａ６ 元日が木曜日の年（ただし、閏年）において、１月２７日は何曜日か求めよ。

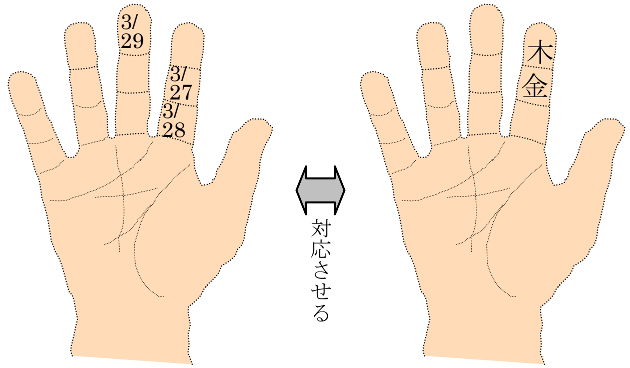
解答例



答え　　１月２７日は火曜日である。
（閏年でも１月と２月は調整不要）

例題Ａ７ 元日が木曜日の年（ただし、閏年）において、３月２７日は何曜日か求めよ。

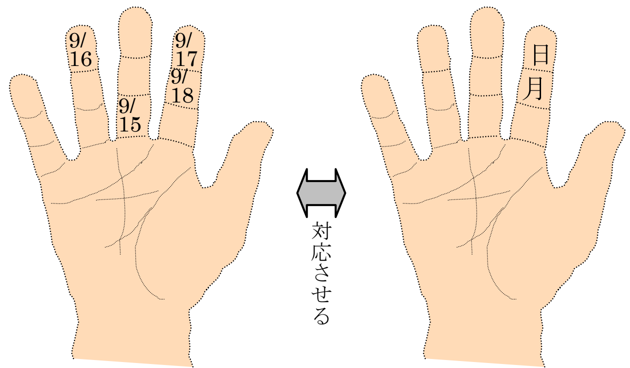
解答例



求める日付は、閏年の３月以降であるから、
答え　　３月２７日は土曜日である。
（３月～１２月の閏年は調整＋１を行い、金曜日の翌日が答えとなる。）

例題Ａ８ 元日が日曜日の年（ただし、閏年）において、９月１８日は何曜日か求めよ。

解答例



求める日付は、閏年の３月以降であるから、
答え　　９月１８日は火曜日である。
（３月～１２月の閏年は調整＋１を行い、月曜日の翌日が答えとなる。）

以上のような方法なら、その年の元日が何曜日で閏年か否かさえ分かっていれば、その年の曜日はすべて暗算で求められることになります。そこで、次の第Ｂ章では、西暦何年の元日が何曜日なのか。また、その年は閏年か否かを求める方法について紹介します。その前に、第Ａ章の復習のための練習問題Ａをやってみましょう。

練習問題Ａ

（解答は右にあります）

問題１　元日が土曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

（１）２月１９日　（２）３月３日　（３）４月１３日

（４）５月２３日　（５）６月７日　（６）７月５日

問題２　元日が月曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

（１）８月２９日　（２）９月１５日　（３）１０月４日

（４）１１月１８日　（５）１２月６日　（６）１２月２１日

問題３　元日が水曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

（１）１月７日　（２）２月１１日　（３）３月２日

（４）４月２８日　（５）５月５日　（６）６月１６日

問題４　元日が日曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

（１）２月２６日　（２）８月４日　（３）９月２４日

（４）１０月９日　（５）１１月２６日　（６）１２月５日

練習問題Ａ 解答

問題１（１）土曜日　（２）木曜日　（３）水曜日
（４）月曜日　（５）火曜日　（６）火曜日

問題２（１）水曜日　（２）土曜日　（３）木曜日
（４）日曜日　（５）木曜日　（６）金曜日

問題３（１）火曜日　（２）火曜日　（３）月曜日
（４）火曜日　（５）火曜日　（６）火曜日

問題４（１）日曜日　（２）土曜日　（３）月曜日
（４）火曜日　（５）月曜日　（６）水曜日

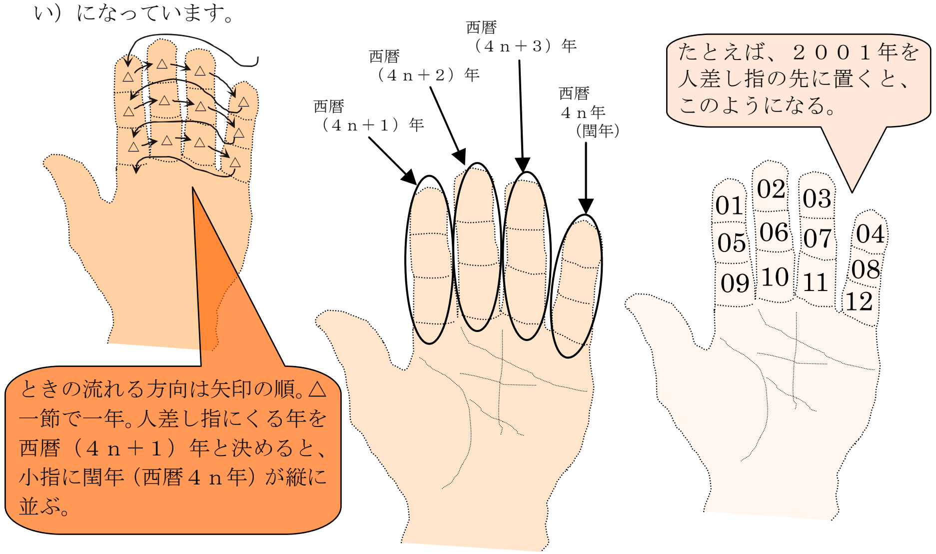
『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における

第Ｂ章 与えられた西暦（２０世紀と２１世紀）の元日が何曜日かを求める方法（左手）

北海道留萌高等学校　木村　尚士　【平成１９年１１月版】

〈１〉左手の指の上に年をならべる

２００１年は、閏年の翌年で元日が月曜日である。この２００１年のように閏年の翌年（西暦（４ｎ＋１）年）である年を、左手の人差し指の上に置きます。右手のときと同様、指の節に区切りを入れ、ときの流れる方向を人差し指から小指へと横書きに定めると、西暦が４の倍数である年が小指にそろいます。すなわち、小指にある年が閏年（ただし、現在私達が使っているグレゴリオ暦では、西暦が１００の倍数で４００の倍数でない場合は閏年としない）になっています。

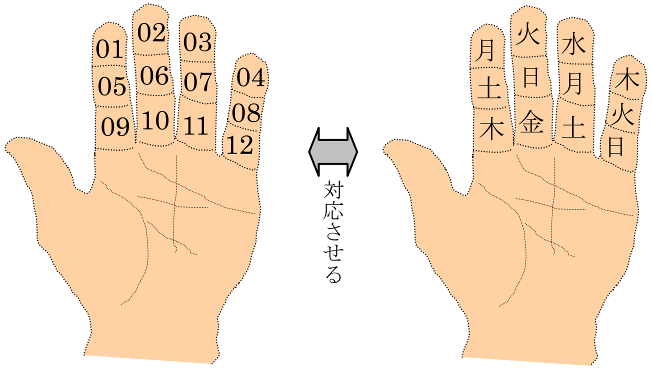


また、各年の元日の曜日を調べると次のような規則性をもっていることがわかります。

規則性１　閏年でない年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌日の曜日になる。

規則性２　閏年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌々日の曜日になる。

以上のことから、各年の元日の曜日を求めてまとめると、下の【曜日の位置】のようになります。このように、【年の位置】と【曜日の位置】を重ね合わせて対応させることで、その年の元日が何曜日なのかを求めることができます。



〈２〉「年の位置」と「曜日の位置」の対応において成り立つ合同式を活用する

２００１年以前も同様に時の流れる方向を定めると、【年の位置】と【曜日の位置】は、下のようになります。

【年の位置】

人差し指	中指	薬指	小指
			…
45	46	47	48
49	50	51	52
53	54	55	56
57	58	59	60
61	62	63	64
65	66	67	68
69	70	71	72
73	74	75	76
77	78	79	80
81	82	83	84
85	86	87	88
89	90	91	92
93	94	95	96
97	98	99	00
01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
…			

対応させる

【曜日の位置】

人差し指	中指	薬指	小指
			…
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
…			

上の図において、西暦が一つ決まれば、それに対応する曜日が一つ決まるような写像Ｗを考えると、この写像Ｗの性質から、次のような合同式を得ることができる。

> 次の集合ＣからＤへの写像をＷとし、西暦ｘ年の元日の曜日を$W(x)$とする。
>
> $C=\{x \mid 1901 \leqq x \leqq 2100,\ x$ は整数$\}$
>
> $D=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ として、
>
> Ｄの要素に曜日「日、月、火、水、木、金、土」をこの順に対応させる。
>
> このとき、$x+4m \in C$ かつ $x \in C$ を満たす、任意の西暦ｘ年に対して、常に次の合同式が成り立つ。
>
> $$W(x+4m) \equiv W(x)-2m \pmod 7 \qquad (\text{ただし } m \text{ は整数})$$

この合同式が導かれる過程については、本章末の〈補節〉にまとめてあるので、必要に応じて参照ください。この合同式は、元日が何曜日かわかっている任意の年の４ｍ年後や４ｍ年

前の元日の曜日を、手軽に求めることができる便利な合同式です。整数 m に適切な値を代入して、次のような結果を覚えて活用することができます。

$$W(x\pm4)\equiv W(x)\mp2$$
$$W(x\pm8)\equiv W(x)\pm3$$
$$W(x\pm12)\equiv W(x)\pm1$$
$$W(x\pm28)\equiv W(x)$$
$$W(x\pm100)\equiv W(x)\mp1 \qquad (\mathrm{mod}\ 7)\ (\text{複号同順})$$

上の合同式はそれぞれ、整数 m に次のような値を代入することで得られる。

$m=\pm1$ のとき、$W(x\pm4)\equiv W(x)\mp2$ を得る。この式は、次のこと意味している。
どの年の４年後の曜日も、必ずその年の曜日－２
どの年の４年前の曜日も、必ずその年の曜日＋２　となっている。

$m=\pm2$ のとき、$W(x\pm8)\equiv W(x)\mp4\equiv W(x)\pm3$ を得る。この式の意味は、
どの年の８年後の曜日も、必ずその年の曜日＋３
どの年の８年前の曜日も、必ずその年の曜日－３　となっている。

$m=\pm3$ のとき、$W(x\pm12)\equiv W(x)\mp6\equiv W(x)\pm1$ を得る。この式の意味は、
どの年の１２年後の曜日も、必ずその年の曜日＋１
どの年の１２年前の曜日も、必ずその年の曜日－１　となっている。

$m=\pm7$ のとき、$W(x\pm28)\equiv W(x)\mp14\equiv W(x)$ を得る。この式の意味は、
どの年も、その２８年後や２８年前の曜日が、必ずその年の曜日と同じである。

$m=\pm25$ のとき、$W(x\pm100)\equiv W(x)\mp50\equiv W(x)\mp1$ を得る。この式の意味は、
どの年の１００年後の曜日も、必ずその年の曜日－１
どの年の１００年前の曜日も、必ずその年の曜日＋１　となっている。

また、これらの結果に加え、次のような W の性質も活用できる。

整数m, nに対して、
$W(x+4m)\equiv W(x)+\alpha$
$W(x+4n)\equiv W(x)+\beta$　のとき、次の式も成り立つ。

$$W(x+4(m+n))\equiv W(x)+\alpha+\beta$$

$\because\ W(x+4m)\equiv W(x)-2m\equiv W(x)+\alpha$
$W(x+4n)\equiv W(x)-2n\equiv W(x)+\beta$　のとき、
$$\begin{aligned}W(x+4(m+n))&\equiv W(x)-2(m+n)\\&\equiv W(x)-2m-2n\\&\equiv W(x)+\alpha+\beta\end{aligned}$$

たとえば、次のように活用できる。
$W(x+16)\equiv W(x+4+12)\equiv W(x)-2+1\equiv W(x)-1$ より、
どの年の１６年後の曜日も、その年の曜日－１である。

$W(x+20)\equiv W(x+8+12)\equiv W(x)+3+1\equiv W(x)+4\equiv W(x)-3$ より、
どの年の２０年後の曜日も、その年の曜日－３である。

$W(x+24)\equiv W(x+12+12)\equiv W(x)+1+1\equiv W(x)+2$ より、
どの年の２４年後の曜日も、その年の曜日＋２である。
また一般に、$W(x+12k)\equiv W(x)+k$ （k は整数）としてまとめることもできる。

$W(x+100+100)\equiv W(x)-1-1\equiv W(x)-2$ より、
その年の２００年後の曜日も、その年の曜日－２である。
また、$W(x+100k)\equiv W(x)-k$ （k は整数）とまとめることもできる。（ただし、この合同式を利用して、２０世紀と２１世紀以外の日付の曜日を求めるときは、第C章を参考にしてください。）

以上のように、整数 m にいろいろな値を代入して、問題解決のために必要な合同式を導き、また必要に応じて左手の指を利用すれば、遠く離れた年の元日の曜日も暗算で求めることができます。特に、m の値が±７のときの合同式から、１９０１年～２１００年（２０世紀～２１世紀）においては、つねに２８年を周期として同じカレンダーが繰り返されていることもわかる。そこで、２８年ごとに現れる人差し指（西暦（４ｎ＋１）年）の月曜日の西暦を、曜日を求めるときの基点とし、それらをその年に起きた代表的な歴史的事柄とあわせて覚えましょう。

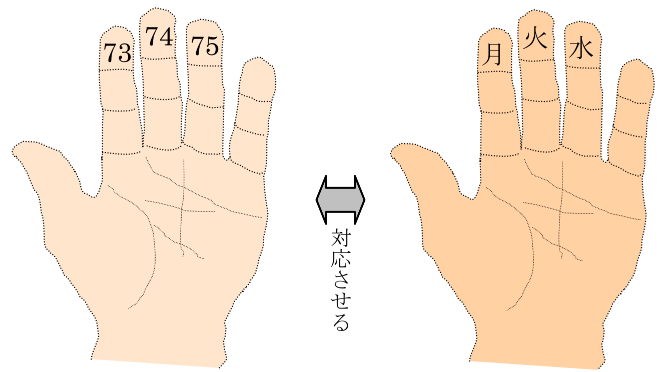
〔１９０１年～２１００年で、人差し指に現れる月曜日の西暦（２８年周期）〕

１９１７年	（大正６年）	………ロシア革命
１９４５年	（昭和２０年）	……終 戦
１９７３年	（昭和４８年）	……オイルショック
２００１年	（平成１３年）	……同時多発テロ
２０２９年	（平成４１年）	
２０５７年	（平成６９年）	
２０８５年	（平成９７年）	

上のような年を基点として、求めたい西暦年のある行の一番左隣り（人差し指）が何曜日かを求めれば、そこから中指・薬指・小指へと右の方に移動するときは、常にすぐ左の曜日に１日足せばよいから考えやすい。このようにして、目的の年の元日が何曜日かを求める例題を紹介しましょう。

例題Ｂ１　１９７５年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

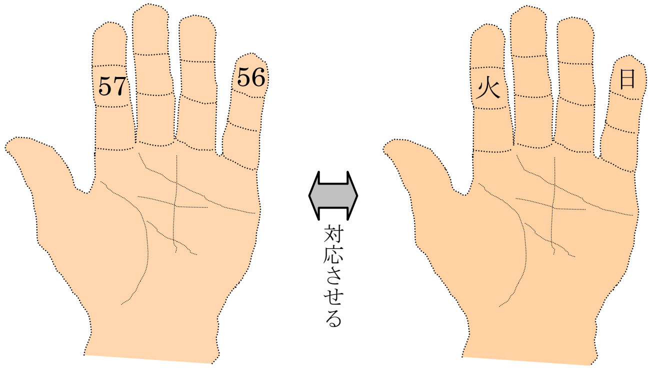
解答例



答え　　１９７５年は、元日が水曜日で、かつ閏年でない。

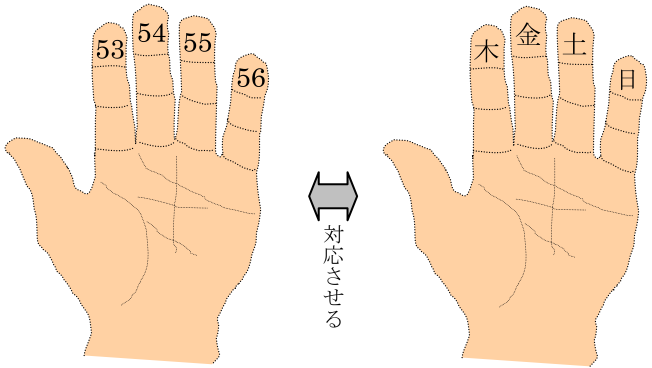
例題Ｂ２　１９５６年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　W(x+12) ≡W(x)−6≡W(x)+1 より、
１９４５＋１２＝１９５７年の元日は火曜日であるから、



答え　１９５６年は、元日が日曜日で、かつ閏年である。

解答例２）　W(x+8)≡W(x)−4≡W(x)+3 より、
１９４５＋８＝１９５３年の元日は木曜日であるから、

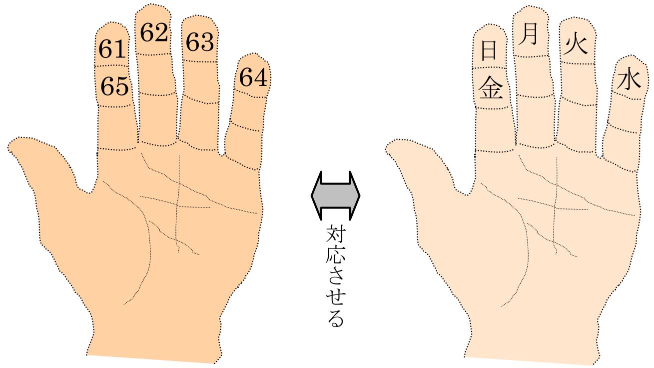


答え　１９５６年は、元日が日曜日で、かつ閏年である。

例題Ｂ３　１９６５年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　W(x+20) ≡W(x)−10≡W(x)−3 より、
１９４５＋２０＝１９６５年の元日は金曜日である。
答え　１９６５年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

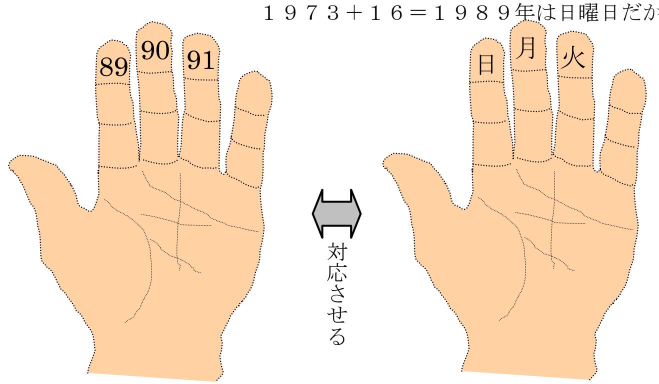
解答例２）　W(x−12)≡W(x)−1 より、１９７３−１２＝１９６１年は日曜日だから、



答え　１９６５年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

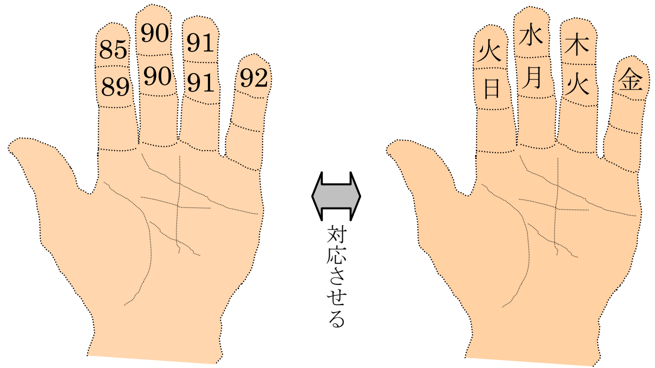
例題Ｂ４　１９９１年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　W(x−12)≡W(x)−1 より、２００１−１２＝１９８９年は日曜日だから、
（または、W(x+16) ≡W(x)−8≡W(x)−1 より、
１９７３＋１６＝１９８９年は日曜日だから、）



答え　１９９１年は、元日が火曜日で、かつ閏年でない。

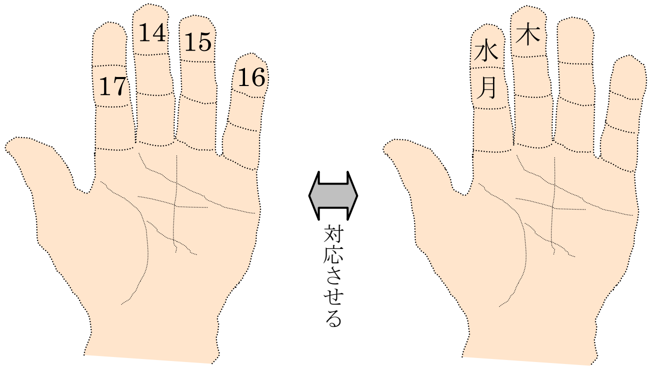
解答例２）　W(x+12)≡W(x)+1 より　１９７３＋１２＝１９８５年は火曜日だから、



答え　　１９９１年は、元日が火曜日で、かつ閏年でない。

例題Ｂ５　１９１４年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

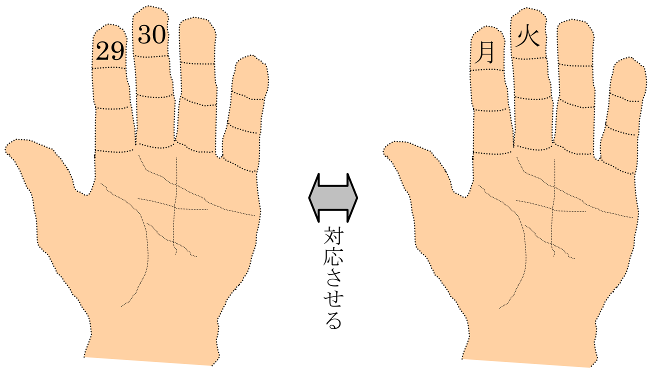
解答例　　W(x−4)≡W(x)+2 より、１９１７−４＝１９１３年は水曜日だから、



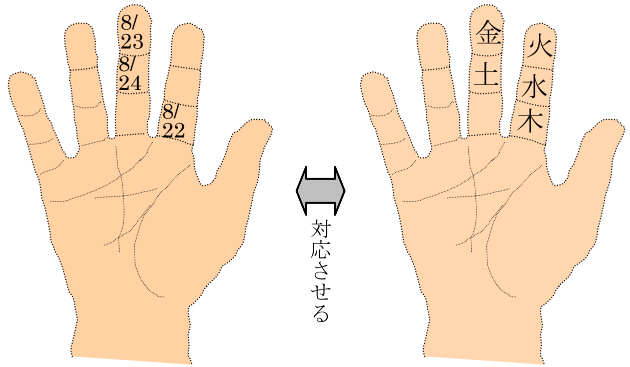
答え　　１９１４年は、元日が木曜日で、かつ閏年でない。

例題Ｂ６　２０３０年８月２４日は何曜日か。

解答例　　W(x+28)≡W(x) より、２００１＋２８＝２０２９年は月曜日だから、



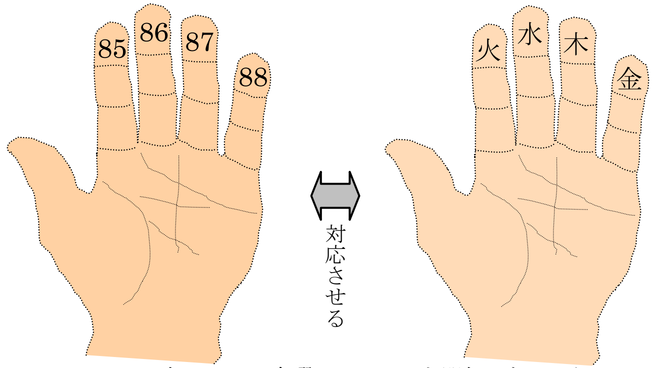
２０３０年の元日は火曜日で、閏年でないから、



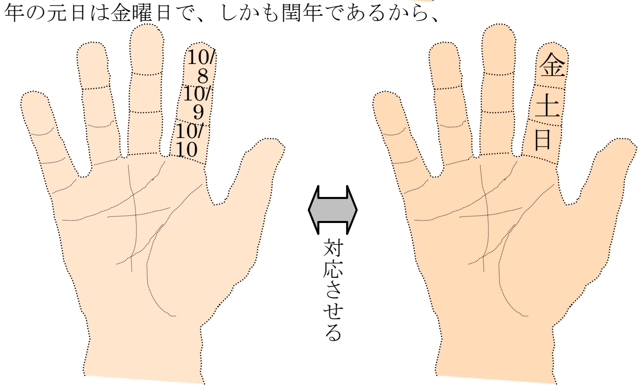
答え　　２０３０年８月２４日は、土曜日である。

例題Ｂ７　１９８８年１０月１０日は何曜日か。

解答例　　W(x+12)≡W(x)+１ より、１９７３＋１２＝１９８５年は火曜日だから、



１９８８年の元日は金曜日で、しかも閏年であるから、



１０月１０日は日曜日となるが、閏年の３月以降であるから、

答え　　１９８８年１０月１０日は、月曜日である。

練習問題Ｂ

（解答は次のページ）

問題１　次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

（１）１９４５年８月１５日（終戦の日）

（２）１９３６年２月２６日（二・二六事件）

（３）１９０３年１２月１７日（ライト兄弟が初飛行に成功）

（４）１９５７年１０月４日（最初の人工衛星スプートニック１号打ち上げ）

（５）１９６１年４月１２日（ユーリ・ガガーリンが人類初の宇宙到着）

（６）１９９０年１０月３日（東西ドイツが統一）

（７）１９０１年１２月１０日（第１回ノーベル賞授賞式）

（８）１９４６年１１月３日（日本国憲法公布）

（９）１９６４年１０月１０日（東京オリンピック開幕）

（１０）１９１１年１２月１４日（アムンゼンが最初に南極点に到達）

問題２　次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

（１）１９１９年６月２８日（ベルサイユ条約調印）

（２）１９８６年４月２６日（チェルノブイリ原発事故発生）

（３）１９５１年９月８日（日米安保条約調印）

（４）１９６９年７月２０日（アポロ１１号人類初の月着陸）（日本時間は７月２１日）

（５）１９２９年１０月２４日（ニューヨーク株式市場の株価大暴落）

（６）１９０４年２月８日（日露戦争始まる）

（７）２００１年９月１１日（アメリカ同時多発テロ）

（８）１９７８年８月１２日（日中平和友好条約調印）

（９）１９３２年３月１日（「満州国」建国）

（１０）１９４０年９月２７日（日独伊三国同盟締結）

問題３　次の年で、１３日が金曜日になるのは何月か。

（１）２００９年

（２）２０１２年

問題４　次の日付の □ の中に入りうる一桁の数字を全て求めよ。

（１）１９９３年８月１□ 日（火曜日）

（２）１９８９年 □ 月１９日（水曜日）

（３）２００□ 年１２月１２日（金曜日）

練習問題Ｂ 解答

問題１（１）水曜日　（２）水曜日　（３）木曜日　（４）金曜日　（５）水曜日
（６）水曜日　（７）火曜日　（８）日曜日　（９）土曜日　（１０）木曜日

問題２（１）土曜日　（２）土曜日　（３）土曜日　（４）日曜日（日本時間は月曜日）
（５）木曜日　（６）月曜日　（７）火曜日　（８）土曜日　（９）火曜日
（１０）金曜日

問題３（１）２月・３月・１１月　　（２）１月・４月・７月

問題４（１）０，７　（２）４，７　（３）３，８

〈補節〉合同式が導かれる過程とその活用方法についての紹介

Ｗ をＣからＤへの写像とし、西暦 x 年の１月１日の曜日を $W(x)$とする。

ただし、$C=\{\, x \mid x\in\mathbb{N},\ 1901\leqq x\leqq 2100 \,\}$

$D=\{\, 0,1,2,3,4,5,6 \,\}$　とし、

このＤの要素に曜日「日、月、火、水、木、金、土」をこの順に対応させる。

$W: C \longrightarrow D$　とする。

このとき、Ｗ は、次の Regular.1 を満たす。

> Regular.1　$x+1\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、
> （１）　$x\not\equiv 0 \pmod 4 \Rightarrow W(x+1)\equiv W(x)+1 \pmod 7$
> （２）　$x\equiv 0 \pmod 4 \Rightarrow W(x+1)\equiv W(x)+2 \pmod 7$

∵ 西暦 x 年が閏年でないときは、$W(x+1)\equiv W(x)+365\equiv W(x)+1 \pmod 7$
西暦 x 年が閏年であるときは、$W(x+1)\equiv W(x)+366\equiv W(x)+2 \pmod 7$
となるからである。

このことから、次の Proposition.1 が得られる。

> Proposition.1
> （１）　$x+4\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、
> $W(x+4)\equiv W(x)-2 \pmod 7$
> （２）　$x-4\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、
> $W(x-4)\equiv W(x)+2 \pmod 7$

Proof）（１）を示す。$x+4\in C$ かつ $x\in C$ であるから、４つの連続する整数 $x, x+1, x+2, x+3$ もまたＣの元である。今、この連続する４つの整数のうち、少なくとも１つは必ず４の倍数で、またそれ以外の残りの３つは必ず４の倍数ではないから、Regular.1（１）を３回、Regular.1（２）を１回利用することで、次のように計算できる。

$$\begin{aligned} W(x+4) &\equiv W(x+1+1+1+1) \\ &\equiv W(x)+1+1+1+2 \\ &\equiv W(x)+5 \\ &\equiv W(x)-2 \pmod 7 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

（２）を示す。（１）における x を $x-4$ としても成り立つから、

$x-4+4\in C$ かつ $x-4\in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x-4+4)\equiv W(x-4)-2$$

$$W(x)\equiv W(x-4)-2$$

よって、$x-4\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x-4)\equiv W(x)+2 \pmod 7 \quad \blacksquare$$

これらのことから、次の Theorem.1 が成り立つ。

Theorem.1　$x+4m\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$$W(x+4m)\equiv W(x)-2m \pmod 7 \quad (m\in\mathbb{Z})$$

Proof ）$m=0$ のときは、$x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x)\equiv W(x) \pmod 7$ となるので、明らかに成り立つ。

$m=1$ のときは、Proposition.1（１）より成り立つ。

$m=-1$ のときは、Proposition.1（２）より成り立つ。

そこで、次の①と②を示せば、数学的帰納法によりmは整数ℤで成り立つことが証明できる。

① $x+4k\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x+4k)\equiv W(x)-2k \pmod 7$

$\Rightarrow$ $x+4(k+1)\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x+4(k+1))\equiv W(x)-2(k+1) \pmod 7$

② $x+4k\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x+4k)\equiv W(x)-2k \pmod 7$

$\Rightarrow$ $x+4(k-1)\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x+4(k-1))\equiv W(x)-2(k-1) \pmod 7$

①を示す。仮定における x を $x+4$ としても成り立つから、

$x+4+4k\in C$ かつ $x+4\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x+4+4k)\equiv W(x+4)-2k$

$W(x+4(k+1))\equiv W(x+4)-2k$

ここで、$x\in C$ のとき、Proposition.1（１）より

右辺$\equiv W(x)-2-2k$

$\equiv W(x)-2(k+1) \pmod 7$　■

②も同様に、仮定における x を $x-4$ としても成り立つから、

$x-4+4k\in C$ かつ $x-4\in C$ を満たす任意の x に対して、

$W(x-4+4k)\equiv W(x-4)-2k$

$W(x+4(k-1))\equiv W(x-4)-2k$

ここで、$x\in C$ のとき、Proposition.1（２）より

右辺$\equiv W(x)+2-2k\equiv W(x)-2(k-1) \pmod 7$　■

Theorem.1 における m にいろいろな値を代入して、次の Remark.1 を得る。

Remark.1

（１）　$W(x+4)\equiv W(x)-2 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=1$）

（２）　$W(x+12)\equiv W(x)+1 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=3$）

（３）　$W(x+28)\equiv W(x) \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=7$）

（４）　$W(x+100)\equiv W(x)-1 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=25$）

∵ （２）$W(x+12)\equiv W(x)-6\equiv W(x)+1 \pmod 7$

（３）$W(x+28)\equiv W(x)-14\equiv W(x) \pmod 7$

（４）$W(x+100)\equiv W(x)-50\equiv W(x)-1 \pmod 7$

特に、Theorem.1 における

$W(x+4m)\equiv W(x)-2m \pmod 7$

の右辺の $-2m$ を 0 にする最小の正の整数 m は、次の一次合同方程式により、

$2m\equiv 0 \pmod 7$

$\therefore\ m\equiv 0 \pmod 7$

すなわち $m=7$ である。このとき、Remark.1（３）より

$W(x+28)\equiv W(x) \pmod 7$

となり、W は２８年を周期とする周期関数になっていることがわかる。

また、Theorem.1 における m を負の値にすることで、次の Remark.2 も得られる。

Remark.2

（１）　$W(x-4)\equiv W(x)+2 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=-1$）

（２）　$W(x-12)\equiv W(x)-1 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=-3$）

（３）　$W(x-100)\equiv W(x)+1 \pmod 7$　（Theorem.1 における $m=-25$）

∵ （２）$W(x-12)\equiv W(x)+6\equiv W(x)-1 \pmod 7$

（４）$W(x-100)\equiv W(x)+50\equiv W(x)+1 \pmod 7$

明らかなことであるが、上記Remark.2 でも紹介したように、Theorem.1 はm∈ℤで成り立つから、mのかわりに－mとして、次のようにまとめることもできる。

Theorem.1　$x-4m\in C$ かつ $x\in C$ を満たす任意の X に対して、

$$W(x-4m)\equiv W(x)+2m \pmod 7 \quad (m\in\mathbb{Z})$$

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における

第Ｃ章　２０世紀と２１世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法（曜日加算）

北海道留萌高等学校　木村　尚士　【平成１９年１１月版】

〈１〉グレゴリオ暦の日付の曜日を求める方法について

現在我々が使用している暦であるグレゴリオ暦では、西暦が１００の倍数の年は、４の倍数であるが閏年としない。ただし、西暦が４００の倍数のときは、例外的に閏年とする。このため、第Ｂ章で使った合同式を用いて１９００年以前や２１０１年以降の元日の曜日を求めるときは、その求めた結果に、更に次のあげる曜日加算表中の加算の欄の整数値を加えて答えればよい。ただし、ここで取り扱える日付は、グレゴリオ暦が最初に採用された１５８２年１０月１５日以降であり、それ以前の日付となるユリウス暦については、本章後節で別途紹介する。

【曜日加算表】

世　紀	16世紀　17世紀	18世紀	19世紀	20世紀　21世紀	22世紀	23世紀	24世紀　25世紀
西　暦	1501(1582～)～1700	1701～1800	1801～1900	1901～2100	2101～2200	2201～2300	2301～2500
加算	+3	+2	+1	±0	−1	−2	−3

では、この曜日加算表を使うような例題をいくつか紹介する。

例題Ｃ１　１８４５年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　１９４５年の元日は月曜日であることから、
W(x−100)≡W(x)+1より　１９４５−１００＝１８４５年は火曜日となるが、
１８４５年は１９世紀だから、曜日加算＋１として、

答え　１８４５年は、元日が水曜日で、かつ閏年でない。

例題Ｃ２　１７１７年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　１９１７年の元日は月曜日であることから、
W(x−200)≡W(x)+2より　１９１７−２００＝１７１７年は水曜日となるが、
１７１７年は１８世紀だから、曜日加算＋２として、

答え　１７１７年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

例題Ｃ３　１６７３年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　１９７３年の元日は月曜日であることから、
W(x−300)≡W(x)+3より　１９７３−３００＝１６７３年は木曜日となるが、
１６７３年は１７世紀だから、曜日加算＋３として、

答え　１６７３年は、元日が日曜日で、かつ閏年でない。

例題Ｃ４　１９００年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　２００１年の元日は月曜日だから、２０００年の元日は土曜日であることから、
W(x−100)≡W(x)+1より　２０００−１００＝１９００年は日曜日となるが、
１９００年は１９世紀だから、曜日加算＋１として、

答え　１９００年は、元日が月曜日である。また、小指であるが閏年でない。

例題Ｃ５　２１２９年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　２００１年も２０２９年も、元日は月曜日であるから、
W(x+100)≡W(x)−1より　２０２９＋１００＝２１２９年は日曜日となるが、
２１２９年は２２世紀だから、曜日加算−１として、

答え　２１２９年は、元日が土曜日で、かつ閏年でない。

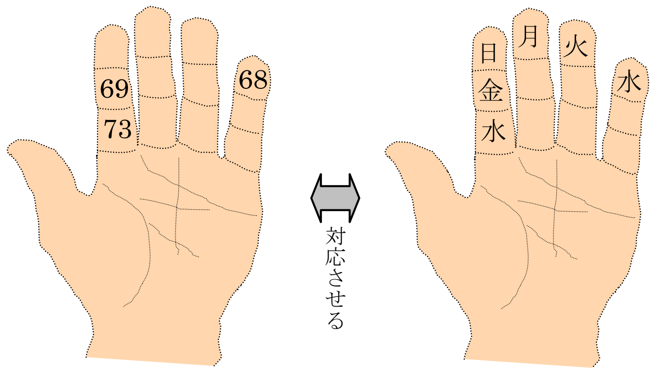
例題Ｃ６　２２０１年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例　２００１年の元日は月曜日であるから、
W(x+200)≡W(x)−2より　２００１＋２００＝２２０１年は土曜日となるが、
２２０１年は２３世紀だから、曜日加算−２として、

答え　２２０１年は、元日が木曜日で、かつ閏年でない。

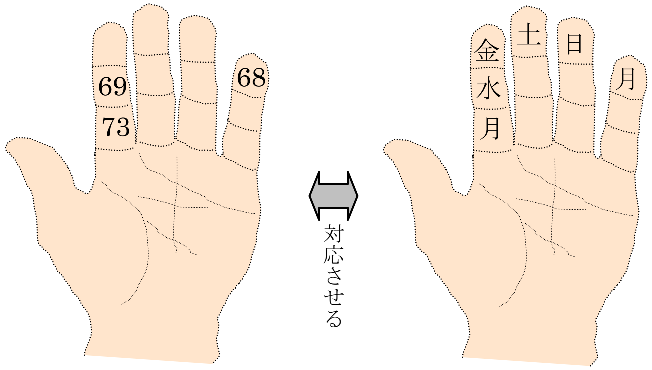
例題Ｃ７　１８６８年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　１９７３年の元日は月曜日であることから、
W(x−100)≡W(x)+1より　１９７３−１００＝１８７３年は火曜日となるが、１８７３年は１９世紀だから、曜日加算＋１として、
１８７３年の元日は水曜日である。このことから、



答え　１８６８年は、元日が水曜日で、かつ閏年である。

解答例２）　１９６８年の元日は、

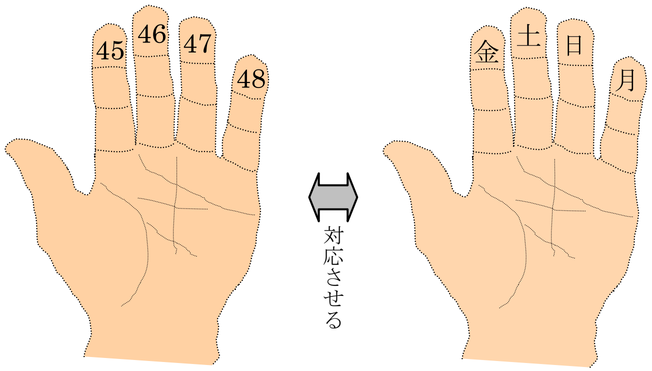


１９６８年の元日は月曜日であることから、
W(x−100)≡W(x)+1 より　１９６８−１００＝１８６８年は火曜日となるが、
１８６８年は１９世紀だから、曜日加算＋１として、

答え　　１８６８年は、元日が水曜日で、かつ閏年である。

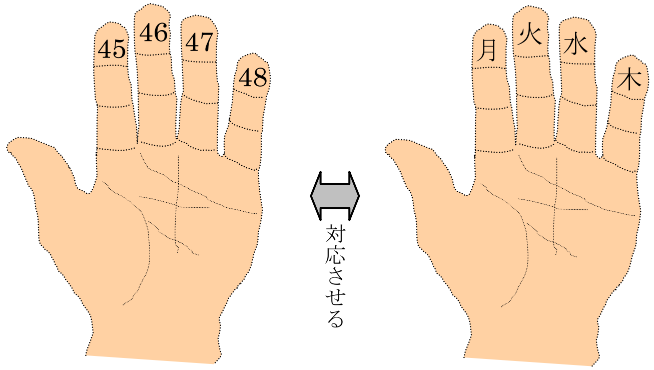
例題C８　１７４８年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　１９４５年の元日は月曜日であることから、
W(x−200)≡W(x)+2 より　１９４５−２００＝１７４５年は水曜日となるが、１７４５年は１８世紀だから、曜日加算＋２として、
１７４５年の元日は金曜日である。このことから、



答え　　１７４８年は、元日が月曜日で、かつ閏年である。

解答例２）　１９４８年の元日は、

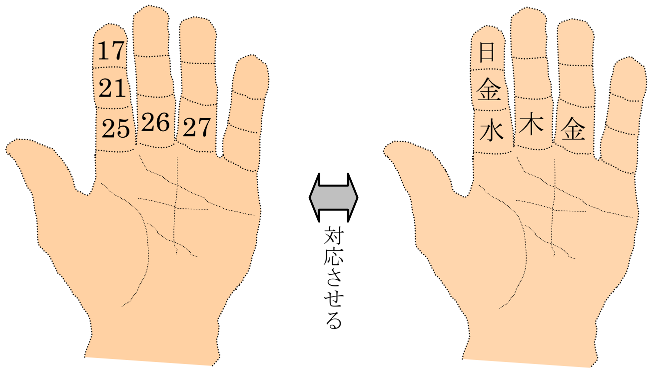


１９４８年の元日は木曜日であることから、
W(x−200)≡W(x)+2 より　１９４８−２００＝１７４８年は土曜日となるが、１７４８年は１８世紀だから、曜日加算＋２として、

答え　　１７４８年は、元日が月曜日で、かつ閏年である。

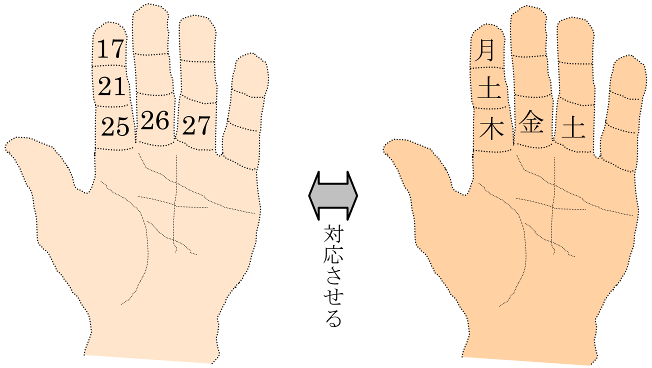
例題C９　１６２７年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例１）　１９１７年の元日は月曜日であることから、
W(x−300)≡W(x)+3 より　１９１７−３００＝１６１７年は木曜日となるが、１６１７年は１７世紀だから、曜日加算＋３として、
１６１７年の元日は日曜日である。このことから、



答え　　１６２７年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

解答例２）　１９２７年の元日は、



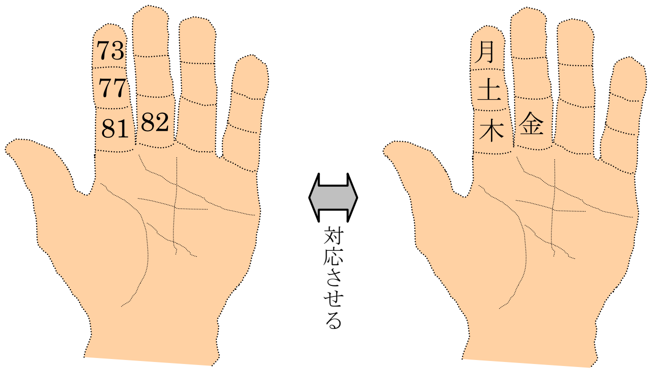
１９２７年の元日は土曜日であることから、
W(x−300)≡W(x)+3 より　１９２７−３００＝１６２７年は火曜日となるが、１６２７年は１７世紀だから、曜日加算＋３として、

答え　１６２７年は、元日が金曜日で、かつ閏年でない。

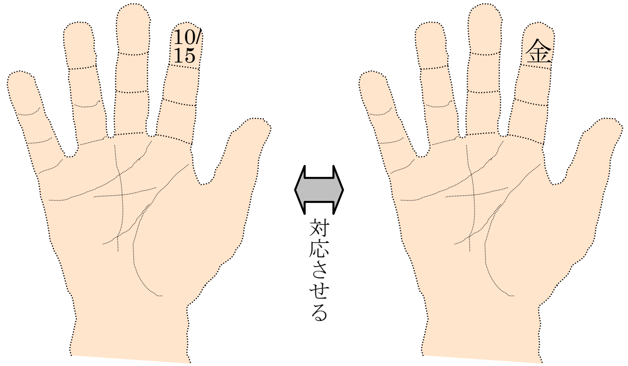
〈２〉ユリウス暦の日付の曜日を求める方法について

イタリア・スペイン・ポルトガルで、グレゴリオ暦が採用された１５８２年１０月１５日は金曜日で、その前日のユリウス暦１５８２年１０月４日は木曜日となる。(早まってしまった春分の日を元に戻すため、改暦の際、途中日付が飛んでいる。詳細は第Ｄ章を参照。) このことを基にすると、ユリウス暦１２０１年の元日が、西暦（４ｎ＋１）年で表せる人差し指の月曜日となる。これらのことを、順を追って確かめてみましょう。

まず、グレゴリオ暦１５８２年１０月１５日は何曜日か求めてみましょう。１９７３年の元日は月曜日であることから、W(x−400)≡W(x)+4≡W(x)−3 より、
１９７３−４００＝１５７３年は金曜日となるが、１５７３年は１６世紀だから、曜日加算＋３より、１５７３年の元日は月曜日である。実際には、グレゴリオ暦は１５８２年１０月１５日以降しか存在しないが、ここでは計算上それ以前も仮にグレゴリオ暦が存在しているとして１５７３年の元日が月曜日であることを付け加えておきます。これらのことから、



１５８２年の元日は金曜日である。また、閏年でないから、

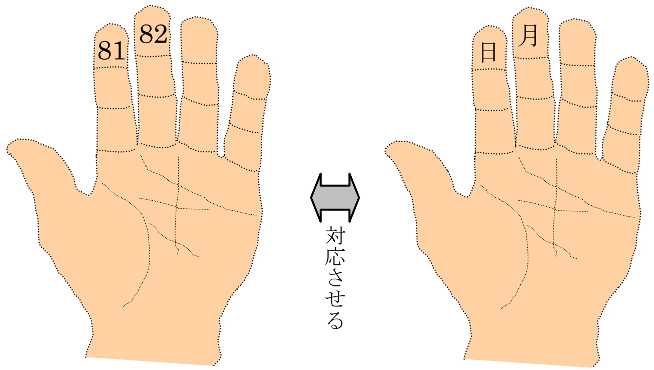


グレゴリオ暦１５８２年１０月１５日は金曜日である。

改暦するとき、ユリウス暦１５８２年１０月４日の翌日をグレゴリオ暦１５８２年１０月１５日としているので、ユリウス暦１５８２年１０月４日は木曜日である。まとめると、この改暦の前後一週間の日付と曜日は次の表のようになる。

日付	曜日
ユリウス暦１５８２年１０月　１日	月曜日
ユリウス暦１５８２年１０月　２日	火曜日
ユリウス暦１５８２年１０月　３日	水曜日
ユリウス暦１５８２年１０月　４日	木曜日
グレゴリオ暦１５８２年１０月１５日	金曜日
グレゴリオ暦１５８２年１０月１６日	土曜日
グレゴリオ暦１５８２年１０月１７日	日曜日

この表から、ユリウス暦１５８２年１０月１日は月曜日である。また、１５８２年は閏年（西暦４ｎ年で表せる年）でないから、同じ年の１０月１日と１月１日の曜日は同じなので、ユリウス暦１５８２年の元日も月曜日である。１５８２年は、西暦（４ｎ＋２）年で表せる年であるから、中指の月曜日であるので、



上の対応から、ユリウス暦１５８１年の元日は日曜日である。
ここで、W(x−80)≡W(x)+40≡W(x)+5≡W(x)−2 であるから、
１５８１−８０＝１５０１年より、ユリウス暦１５０１年の元日は金曜日である。
また、W(x−300)≡W(x)+3 より、ユリウス暦１２０１年の元日は月曜日である。■

ユリウス暦には、グレゴリオ暦で行われているような１００年に一度の閏年の省略はありませんので、前節で紹介したような曜日加算表も必要ありません。そのため、ユリウス暦１２０１年の元日が月曜日であることを、ユリウス暦の日付の曜日を求めるときの基点として覚えておけば、１９０１年～２１００年（２０世紀～２１世紀）の日付の曜日を第Ｂ章で求めたときと同様に、合同式や左手を使うだけで、ユリウス暦の全ての日付の曜日も求めることができるということになります。ユリウス暦１２０１年の元日が月曜日であることに、$W(x+100)\equiv W(x)-1$ を用いれば、ユリウス暦における西暦下二桁が０１年の年の元日の曜日は、次の表のようになることもわかるので、これらを、ユリウス暦の日付の曜日を求めるときの基点として活用することもできる。

日付	曜日
ユリウス暦１２０１年１月１日	月曜日
ユリウス暦１３０１年１月１日	日曜日
ユリウス暦１４０１年１月１日	土曜日
ユリウス暦１５０１年１月１日	金曜日
ユリウス暦１６０１年１月１日	木曜日
ユリウス暦１７０１年１月１日	水曜日
ユリウス暦１８０１年１月１日	火曜日
ユリウス暦１９０１年１月１日	月曜日

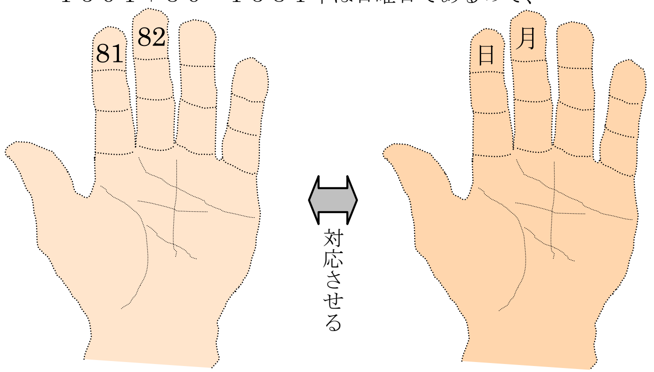
グレゴリオ暦に改暦された時期や、改暦以前までに使用されていた暦などについては、国や宗教によってさまざまであるため、曜日を求める際は、どの時期にどのような暦を使用した日付なのか、また改暦等の際に日付が飛ぶようなことになっていないか、などについて注意が必要である。ちなみに日本では、１８７２年（明治５年）１２月２日の翌日を１８７３年（明治６年）元日（水）にし、太陽暦に改暦している。

例題Ｃ10　ユリウス暦１５８２年の元日は何曜日か。また、閏年か否かも答えよ。

解答例）　ユリウス暦１５０１年の元日は金曜日であることから、

$W(x+80)\equiv W(x)-40\equiv W(x)-5\equiv W(x)+2$ より

１５０１＋８０＝１５８１年は日曜日であるので、



答え　　ユリウス暦１５８２年は、元日が月曜日で、かつ閏年でない。

練習問題Ｃ

（解答は次のページ）

問題１　次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。

（１）１８９５年１１月８日（レントゲンがＸ線を発見）

（２）１８８９年2月１１日（大日本帝国憲法発布）

（３）１８７９年3月２７日（沖縄県設置（琉球処分））

（４）１８７５年5月７日（日露が樺太・千島交換条約調印）

（５）１８７３年7月２８日（地租改正）

（６）１８７１年1月１８日（ドイツの統一）

（７）１８６１年3月４日（リンカンがアメリカ大統領に就任）

（８）１８６９年１１月１７日（スエズ運河開通）

（９）１８５８年7月２９日（日米修好通商条約締結）

（１０）１８５４年１２月２３日（安政東海地震）
　　　１８５４年１２月２４日（安政南海地震）

問題２　次の日付が、何曜日になるのかを求めなさい。ただし、グレゴリオ暦への改暦は西暦１５８２年１０月１５日とし、それ以前はユリウス暦とする。

（１）１８５５年１１月１１日（安政江戸地震）

（２）１８２３年１２月２日（モンロー宣言）

（３）１７８９年４月３０日（ワシントンが初代アメリカ大統領に就任）

（４）１７７６年７月４日（アメリカ独立宣言）

（５）１７６８年８月２６日（ジェームズ・クック第１回航海）

（６）１７１３年４月１１日（ユトレヒト条約調印）

（７）１６００年９月１５日（関ヶ原の戦）

（８）１５８８年８月８日（スペイン無敵艦隊敗れる）

（９）１５８２年６月２日未明（本能寺の変）

（１０）１４９２年１０月１２日未明（コロンブスが新大陸に到達）

練習問題Ｃ　解答

問題１（１）その年の元日は火曜日だから、金曜日
（２）その年の元日は火曜日だから、月曜日
（３）その年の元日は水曜日だから、木曜日
（４）その年の元日は金曜日だから、金曜日
（５）その年の元日は水曜日だから、月曜日
（６）その年の元日は日曜日だから、水曜日
（７）その年の元日は火曜日だから、月曜日
（８）その年の元日は金曜日だから、水曜日
（９）その年の元日は金曜日だから、木曜日
（１０）その年の元日は日曜日だから、土曜日と日曜日

問題２（１）その年の元日は月曜日だから、日曜日
（２）その年の元日は水曜日だから、火曜日
（３）その年の元日は木曜日だから、木曜日
（４）その年の元日は月曜日でかつ閏年だから、木曜日
（５）その年の元日は金曜日でかつ閏年だから、金曜日
（６）その年の元日は日曜日だから、火曜日
（７）その年の元日は土曜日でかつ閏年だから、金曜日
（８）その年の元日は金曜日でかつ閏年だから、月曜日
（９）ユリウス暦 1201 年の元日が月曜日であることから、
ユリウス暦 1501 年の元日は金曜日、ここで
$W(x+80) \equiv W(x)-40 \equiv W(x)+2 \pmod 7$ より
1581 年の元日は日曜日だから、その１年後の
1582 年は、元日が月曜日である。
よって、６月２日は土曜日
（１０）ユリウス暦 1201 年の元日が月曜日であることから、
ユリウス暦 1401 年の元日は土曜日、ここで
$W(x+88) \equiv W(x)-44 \equiv W(x)-2 \pmod 7$ より
1489 年の元日は木曜日だから、その３年後の
1492 年は、元日が日曜日でかつ閏年である。
よって、１０月１２日は金曜日

『暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”』における

第D章 グレゴリオ暦導入の経緯について（補足資料）

北海道留萌高等学校　木村　尚士　【平成１９年１１月版】

〈１〉グレゴリオ暦導入の経緯について

１５８２（天正１０）年１０月１５日に、ローマ教皇グレゴリオ１３世が、それまでのユリウス暦に代わってグレゴリオ暦を制定。ユリウス暦（紀元前４６年にユリウス・カエサルが制定）では、閏年を単純に４年に１度（１年を３６５．２５日）としていたために、実際の１年である公転周期（３６５．２４２１９･･･日）にくらべて１１分１４秒ほど長くなり、１２８年に約１日の誤差が出た。このため、１６世紀の春分の日が３月１１日まで早まってしまっていたことが、ローマの天文学者・数学者・僧侶たちの研究で判明。グレゴリオ暦の導入により、１年が３６５．２４２５日となり、約３３３３年に１日の誤差におさえられた。また、早まってしまった春分の日を元に戻すため、日付を１０日間先に進め、１５８２年１０月４日の翌日を１０月１５日とした。

この改暦はカトリック諸国ではすぐに採用されたが、プロテスタント諸国ではなかなか受け入れられず、ドイツなどでは１７００年、イギリスと当時植民地だったアメリカでは１７５１年にやっと採用された。ロシアなどギリシャ正教の諸国は１９世紀まで採用せず、ユリウス暦は「露暦」ともよばれた。日本では１８７２（明治５）年１２月３日（新暦１８７３年１月１日）に東洋の独立国ではじめて採用・実施。

〈２〉おもな国のグレゴリオ暦採用年等についての一覧表

1582年2月24日	教皇グレゴリオ１３世、改暦の勅書に署名。
1582年3月1日	勅書がサン・ピエトロ大聖堂の扉などのローマ市内の主要な場所に掲示され、すべてのカトリック国に送付された。
1582年10月15日	イタリア・スペイン・ポルトガルが勅書通り実施。 1582年10月4日（木）の翌日を1582年10月15日（金）とした。
1582年12月	フランスが実施。
1582年末	ベルギー・ネーデルランドのカトリック諸邦が実施。
1582年12月21日	フランドル地方・ベルギーの一部が実施。 1582年12月21日（金）の翌日を1583年1月1日（土）とした。
1583年	ドイツのローマ・カトリック教会（１０月にババリアとオーストリア）、１１月にはヴュルツブルグ・ミュンスター・マインツ（削った１０日間の設定はそれぞれ異なる）
同1583年	オランダが実施。
1584年	1584年1月12日から1月22日の間で、スイスのカトリック緒州が実施。ドイツのカトリック系緒邦・ベルギーの残りの地域も年末までに実施。
1587年	ハンガリーが実施。
1699年	ドイツの新教徒が「改良暦（ほぼグレゴリオ暦であるが、復活祭の算定方法が異なる。）」を採用。デンマーク・スイスでもバーゼル・ベルン・チューリッヒその他の地域では、1701年1月12日に「改良暦」に従う。
1752年	イギリスとその植民地が実施。 1752年9月2日(水)の翌日を1752年9月14日(木)とした。
1753年	ドイツの「改良暦」を採用していたスウェーデンがグレゴリオ暦を実施。フィンランドも採用。

1776年	ドイツが完全に採用。
1812年	スイスが完全に採用。
1872年	日本が採用。1872年（明治5年）12月2日の翌日を1873年（明治6年）元日（水）にして、太陽暦に改暦。ただこのときはユリウス暦の置閏法であったので、その後1898年（明治31年）に現在のグレゴリオ暦の置閏法に改暦されているが、この間日付が飛ぶようなことにはなっていない。
1894年	朝鮮が採用。
1912年	中国（中華民国）が採用。
1916年	ブルガリアが採用。
1918年	ロシア（ソ連）が採用。 1918年1月31日（水）の次を1918年2月14日（木）とした。 ロシア革命の二月革命、十月革命というのもユリウス暦であり、グレゴリオ暦では三月革命、十一月革命となる。
1919年	ユーゴスラビア・ルーマニアが採用。
1922年	ソ連がグレゴリオ暦から離脱。独自の暦法を制定。
1924年	ギリシャが採用。
1927年	トルコが採用。
1940年	ソ連でグレゴリオ暦復活。
1967年	ブルガリア（教会）が採用。