

サイコロの目の和の場合の数

2008年10月19日

北海道岩見沢農業高校

加藤秀隆

0. はじめに

形の異なった3個のサイコロや異なった色付きの3個のサイコロを振ったときの場合の数を数え切る方法を紹介します。4個以上でも数え切る方法があります。

1. 大小2個のサイコロの目の和について

和が2から12になる通り数を数える場合は、その全様を表により示すのが一般的です。

| 大/小 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

目の和が6になる場合の数（通り数）は5通りです。

2. 大小2個の目の和が指定された場合の数え方

たとえば、目の和が6になる場合の数を求めたいとき、○により数えます。

| 大/小 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | ○ | |
| 2 | | | | ○ | | |
| 3 | | | ○ | | | |
| 4 | | ○ | | | | |
| 5 | ○ | | | | | |
| 6 | | | | | | |

5通りです。大小2個の目の積もこの表により数え切ることができます。

3. 大中小3個の目の和が指定された場合の数え方

目の和が8になる場合の数を表により数えましょう。小のサイコロに出てほしい目を書いていきます。

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | | |
| 4 | 3 | 2 | 1 | | | |
| 5 | 2 | 1 | | | | |
| 6 | 1 | | | | | |

合計 21 通りが求める場合の数です。この数え方が間違えることなく数えきる方法になります。目の和を9や10にしてみましょう。

- ・目の和が9の場合、小のサイコロに出てほしい目を記入させます。

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | | |
| 5 | 3 | 2 | 1 | | | |
| 6 | 2 | 1 | | | | |

サイコロには、7の目はありません。生徒は間違いなく数え切ります。25通りが求める場合の数です。異なる数字を並べる順列や同じ数字を含む順列の数え方は、不要です。

- ・目の和が10の場合、

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 2 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| 3 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 4 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | |
| 6 | 3 | 2 | 1 | | | |

何通りになりますか。27通りです。3個の目の場合であっても、2個の表により数え切ることができます。

4. 大中小3個の目の和の場合の数を○で数える方法

目の和が8になる場合の数を数えると次のようになります。小のサイコロは、手に持つと仮定してください。**和が8になることができる**ところに○を書いていきます。

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 2 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | |
| 3 | ○ | ○ | ○ | ○ | | |
| 4 | ○ | ○ | ○ | | | |
| 5 | ○ | ○ | | | | |
| 6 | ○ | | | | | |

21通りです。

5. 大中小3個の目の和の特別な場合の数について

高校数学において、特に注意を払わなければならない場合の数があります。「以下」、「以上」です。**くせ者**です。大中の表に小のサイコロの目を書かせる方法をとると、生徒は間違いなく数えきることができます。「6以下」を数えてみます。

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|----------------|--------------|------------|---|---|---|
| 1 | 1,2,3,4 | 1,2,3 | 1,2 | 1 | | |
| 2 | 1,2,3 | 1,2 | 1 | | | |
| 3 | 1,2 | 1 | | | | |
| 4 | 1 | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

何通りになりましたか。20通りです。

これを次のように数えてもよいと思います。それぞれの場所で通り数を数えます。小の目を1,2,3,4,...と一度口にさせます。

| 大/中 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----|----------|----------|----------|----------|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | | |
| 2 | 3 | 2 | 1 | | | |
| 3 | 2 | 1 | | | | |
| 4 | 1 | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

合計20通りです。

6. 大中小3個の目の和の場合の数について別な数え方

準備作業をします。大中サイコロ2個の目の和の場合の数を次のように表にしておきます。場合によっては、途中までよいです。

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 目の和 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 通り数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

- ・大中小3個の目の和が8になる場合の数を数えてみます。小のサイコロ目を3段目に記入させます。

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 目の和 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 通り数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 小の目 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | | | | |

中段の通り数の合計を求めます。

$$6+5+4+3+2+1=21 \text{ (通り)}$$

- ・大中小3個の目の和が9になる場合の数では、次のようになります。

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 目の和 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 通り数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 小の目 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | | | |

$$2+3+4+5+6+5=25 \text{ (通り)}$$

- ・大中小3個の目の和が10になる場合の数では、次のようになります。

| | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 目の和 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 通り数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 小の目 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | | |

$$3+4+5+6+5+4=27 \text{ (通り)}$$

7. 異なる4個のサイコロの目の和

大中小3個の和(3~18)の表を準備します。

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 目の和 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 通り数 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 25 | 27 | 27 | 25 | 21 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1 |

この表から4個の目の和が、7になる場合と10になる場合を数えてみます。和が7になるのは**20通り**ですが、10になるのは**80通り**もあります。場合の数の最大は、和が14になる場合で**146通り**です。5個の目の和を考える場合、4個の和の表(リスト)を作っておくとよいです。私的歴史20年。