【 復習問題 】

(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

【 復習問題 】

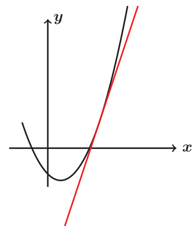
(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない

【 復習問題 】

(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

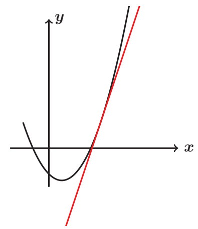
① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない



【 復習問題 】

(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない



【 復習問題 】

(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない

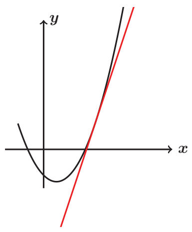
＜確認＞

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=3x-5 \end{cases}$$

$x^2-x-1=3x-5$

$x^2-4x+4=0$

解は $x=2$ （重解）



【 復習問題 】

(1)　放物線 $y=x^2-x-1$ と直線 $y=3x-5$ の関係は？

① 異なる2点で交わる
② 接している
③ 共有点を持たない

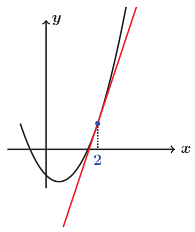
＜確認＞

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=3x-5 \end{cases}$$

$x^2-x-1=3x-5$

$x^2-4x+4=0$

解は $x=2$ （重解）



【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞　接線を $y=ax+b$ とおく。点 $(2,1)$ を通るので、

$1=2a+b$ ………………………… ①

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞　接線を $y=ax+b$ とおく。点 $(2,1)$ を通るので、

$1=2a+b$ ………………………… ①

放物線と接線の連立方程式を考える

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=ax+b \end{cases}$$

$x^2-x-1=ax+b$

$x^2-(a+1)x-b-1=0$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞　接線を $y=ax+b$ とおく。点 $(2,1)$ を通るので、

$1=2a+b$ ………………………… ①

放物線と接線の連立方程式を考える

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=ax+b \end{cases}$$

$x^2-x-1=ax+b$

$x^2-(a+1)x-b-1=0$

これが重解をもつ条件は

$D=(a+1)^2-4(-b-1)=a^2-6a+9=0$

$\therefore\ a=3$ ………………………… ②

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞　接線を $y=ax+b$ とおく。点 $(2,1)$ を通るので、

$1=2a+b$ ………………………… ①

放物線と接線の連立方程式を考える

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=ax+b \end{cases}$$

$x^2-x-1=ax+b$

$x^2-(a+1)x-b-1=0$

これが重解をもつ条件は

$D=(a+1)^2-4(-b-1)=a^2-6a+9=0$

$\therefore\ a=3$ ………………………… ②

① , ② より $b=$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜解答＞　接線を $y=ax+b$ とおく。点 $(2,1)$ を通るので、

$1=2a+b$ ………………………… ①

放物線と接線の連立方程式を考える

$$\begin{cases} y=x^2-x-1 \\ y=ax+b \end{cases}$$

$x^2-x-1=ax+b$

$x^2-(a+1)x-b-1=0$

これが重解をもつ条件は

$D=(a+1)^2-4(-b-1)=a^2-6a+9=0$

$\therefore\ a=3$ ………………………… ②

① , ② より $b=-5$ なので、求める接線は $y=3x-5$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned} x^2-x-1 &= (t+2)^2-(t+2)-1 \\ &= t^2+3t+1 \end{aligned}$$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned} x^2-x-1 &= (t+2)^2-(t+2)-1 \\ &= t^2+3t+1 \end{aligned}$$

$x=t+2$ だったので $t=x-2$ を上の式の t に代入する

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned}x^2-x-1&=(t+2)^2-(t+2)-1\\&=t^2+3t+1\end{aligned}$$

$x=t+2$ だったので $t=x-2$ を上の式の t に代入する

$$t^2+3t+1=(x-2)^2+3(x-2)+1$$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック＞　　答え：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned}x^2-x-1&=(t+2)^2-(t+2)-1\\&=t^2+3t+1\end{aligned}$$

$x=t+2$ だったので $t=x-2$ を上の式の t に代入する

$$t^2+3t+1=(x-2)^2+3(x-2)+1$$

右辺の一次式の部分を計算すると

$3(x-2)+1=3x-5$：接線

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック　タネ明かし＞　　接線：$y=3x-5$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック　タネ明かし＞　　接線：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned}x^2-x-1&=(t+2)^2-(t+2)-1\\&=t^2+3t+1\end{aligned}$$

$x=t+2$ だったので $t=x-2$ を上の式の t に代入する

$$t^2+3t+1=(x-2)^2+3(x-2)+1$$

右辺の一次式の部分を計算すると

$3(x-2)+1=3x-5$：接線

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック　タネ明かし＞　　接線：$y=3x-5$

x^2-x-1 に $x=t+2$ を代入する。

$$\begin{aligned}x^2-x-1&=(t+2)^2-(t+2)-1\\&=t^2+3t+1\end{aligned}$$

$x=t+2$ だったので $t=x-2$ を上の式の t に代入する

$$t^2+3t+1=(x-2)^2+3(x-2)+1$$

右辺の一次式の部分を計算すると

$3(x-2)+1=3x-5$：接線

$$x^2-x-1=(x-2)^2+3(x-2)+1$$

【 復習問題 】

(2)　放物線 $y=x^2-x-1$ 上の点 $(2,1)$ における接線を求めよ。

＜接線マジック　タネ明かし＞　　接線：$y=3x-5$

・最後の式：$x^2-x-1=(x-2)^2+3(x-2)+1$ ……②

・連立方程式：$\begin{cases}y=x^2-x-1\\y=3(x-2)+1\end{cases}$

のyを消去した2次方程式が重解を持てば接線。

・その2次方程式は

$(x^2-x-1)-\{3(x-2)+1\}=0$ ……③

であり、③は②より

$(x-2)^2=0$

となり重解を持つ。

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

• $2x^2+x+1$ に $x=t+1$ を代入し、計算する。

$$\begin{aligned}2x^2+x+1&=2(t+1)^2+(t+1)+1\\&=\end{aligned}$$

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

• $2x^2+x+1$ に $x=t+1$ を代入し、計算する。

$$\begin{aligned}2x^2+x+1&=2(t+1)^2+(t+1)+1\\&=2t^2+5t+4\end{aligned}$$

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

• $2x^2+x+1$ に $x=t+1$ を代入し、計算する。

$$\begin{aligned}2x^2+x+1&=2(t+1)^2+(t+1)+1\\&=2t^2+5t+4\end{aligned}$$

• $2t^2+5t+4$ に $t=x-1$ を代入する。

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

• $2x^2+x+1$ に $x=t+1$ を代入し、計算する。

$$\begin{aligned}2x^2+x+1&=2(t+1)^2+(t+1)+1\\&=2t^2+5t+4\end{aligned}$$

• $2t^2+5t+4$ に $t=x-1$ を代入する。

$$2t^2+5t+4=2(x-1)^2+5(x-1)+4$$

となり、接線は

【 手品の練習 】

放物線 $y=2x^2+x+1$ 上の点 $(1,4)$ における接線？

＜接線マジック＞

• $2x^2+x+1$ に $x=t+1$ を代入し、計算する。

$$\begin{aligned}2x^2+x+1&=2(t+1)^2+(t+1)+1\\&=2t^2+5t+4\end{aligned}$$

• $2t^2+5t+4$ に $t=x-1$ を代入する。

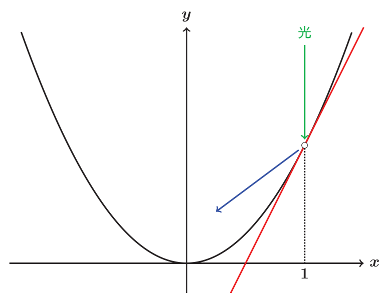
$$2t^2+5t+4=2(x-1)^2+5(x-1)+4$$

となり、接線は

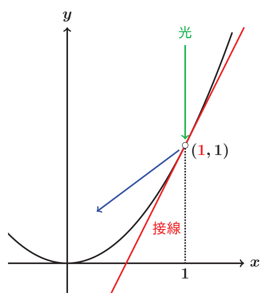
$$y=5(x-1)+4=5x-1$$

とわかる。

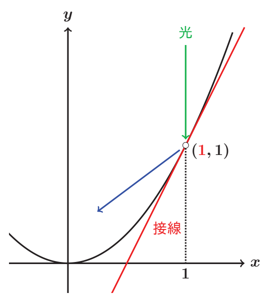
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】　$y=x^2$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】　$y=x^2$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】　$y=x^2$



反射光を求める

x^2 に $x=t+1$ を代入

$(t+1)^2$

$=t^2+2t+1$

$t=x-1$ を代入

$(x-1)^2$

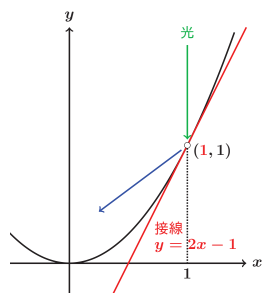
$+2(x-1)+1$

x の1次式の部分が接線

$y=2(x-1)+1$

$=2x-1$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】　$y=x^2$



反射光を求める

x^2 に $x=t+1$ を代入

$(t+1)^2$

$=t^2+2t+1$

$t=x-1$ を代入

$(x-1)^2$

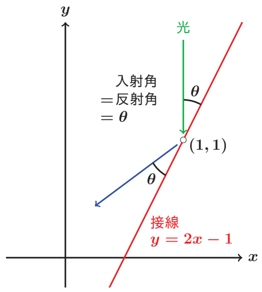
$+2(x-1)+1$

x の1次式の部分が接線

$y=2(x-1)+1$

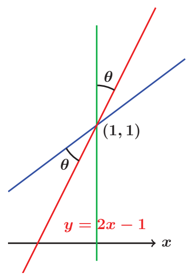
$=2x-1$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



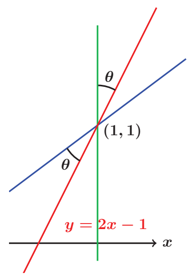
反射光を求める

反射光の直線の式が知りたい！

反射光は $(1,1)$ を通っている

反射光の傾きがわかれば求まる。

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

反射光の直線の式が知りたい！

反射光は $(1,1)$ を通っている

反射光の傾きがわかれば求まる。

今ある情報(知ってること)

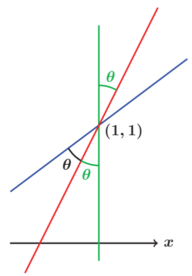
入射角＝反射角（図の θ の所）

接線と反射光の交点は $(1,1)$

接線は $y=2x-1$

反射光の傾きを求めたい

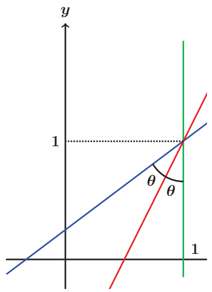
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝ θ

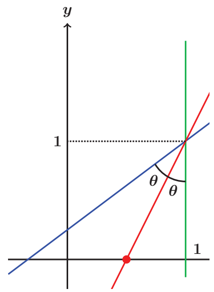
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝ θ

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$

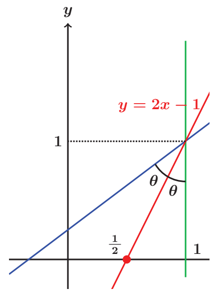


反射光を求める

入射角の対頂角＝ θ

接線と x 軸の交点を求める。

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝ θ

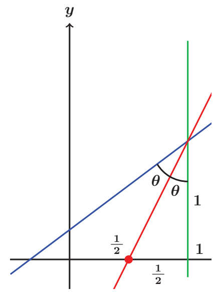
接線と x 軸の交点を求める。

$2x-1=0$

$2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝ θ

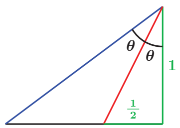
接線と x 軸の交点を求める。

$2x-1=0$

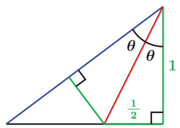
$2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

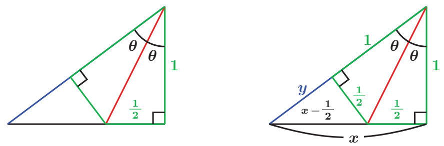
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



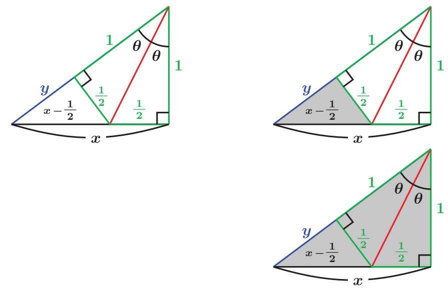
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



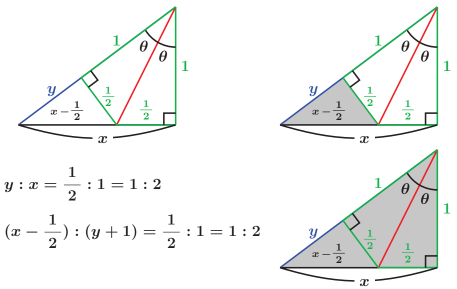
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



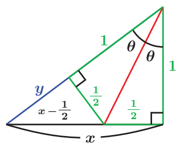
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



$y:x=\frac{1}{2}:1=1:2$

$(x-\frac{1}{2}):(y+1)=\frac{1}{2}:1=1:2$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



$y:x=\frac{1}{2}:1=1:2$

$(x-\frac{1}{2}):(y+1)=\frac{1}{2}:1=1:2$

$x=2y$ ……①

$2\left(x-\frac{1}{2}\right)=y+1$

$\therefore\ 2x-1=y+1$

$\therefore\ y=2x-2$ ……②

②を①に代入

$x=4x-4$

$\therefore\ 3x=4$

両辺を $4x$ で割ると

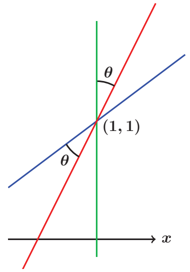
$\frac{1}{x}=\frac{3}{4}$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$

反射光を求める

反射光は $(1,1)$ を通っている

反射光の傾き＝ $\frac{3}{4}$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$

反射光を求める

反射光は $(1,1)$ を通っている

反射光の傾き＝ $\frac{3}{4}$

反射光を $y=Ax+B$ とする。

$(1,1)$ を通るから

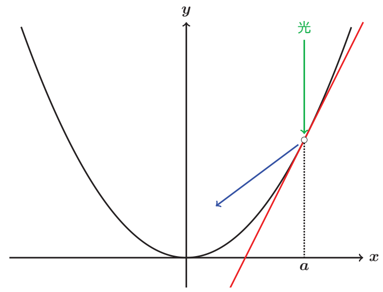
$1=A+B$

$\therefore B=1-A=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

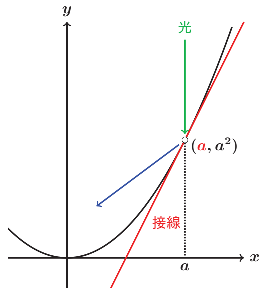
以上から、反射光の直線の式は

$y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

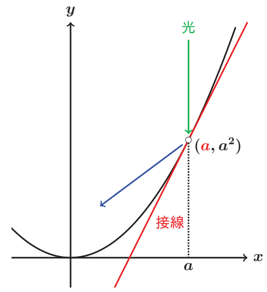
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

x^2 に $x=t+a$ を代入

$(t+a)^2$

$=t^2+2at+a^2$

$t=x-a$ を代入

$(x-a)^2$

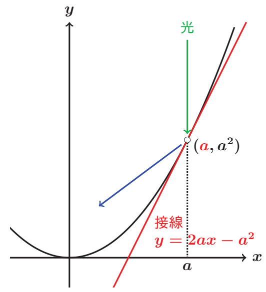
$+2a(x-a)+a^2$

x の1次式の部分が接線

$y=2a(x-a)+a^2$

$=2ax-a^2$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

x^2 に $x=t+a$ を代入

$(t+a)^2$

$=t^2+2at+a^2$

$t=x-a$ を代入

$(x-a)^2$

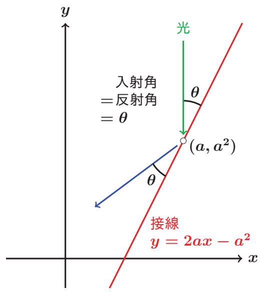
$+2a(x-a)+a^2$

x の1次式の部分が接線

$y=2a(x-a)+a^2$

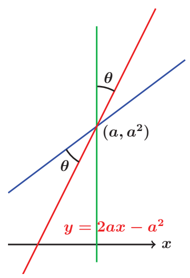
$=2ax-a^2$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



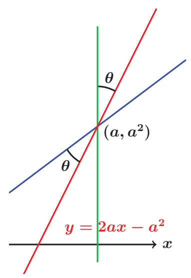
反射光を求める

反射光の直線の式が知りたい！

反射光は (a, a^2) を通っている

反射光の傾きがわかれば求まる。

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

反射光の直線の式が知りたい！

反射光は (a, a^2) を通っている

反射光の傾きがわかれば求まる。

今ある情報(知ってること)

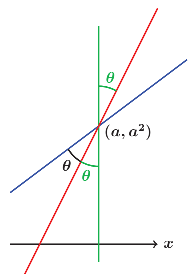
入射角＝反射角（図の θ の所）

接線と反射光の交点は (a, a^2)

接線は $y=2ax-a^2$

反射光の傾きを求めたい

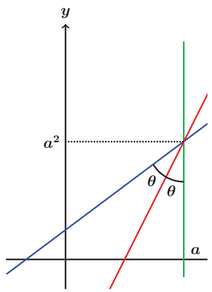
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝θ

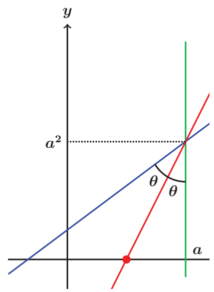
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝θ

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$

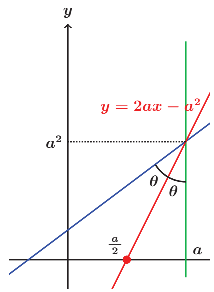


反射光を求める

入射角の対頂角＝θ

接線と x 軸の交点を求める。

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝θ

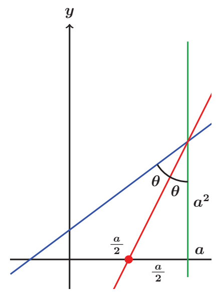
接線と x 軸の交点を求める。

$2ax-a^2=0$

$2ax=a^2$

$x=\dfrac{a^2}{2a}=\dfrac{a}{2}$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y=x^2$



反射光を求める

入射角の対頂角＝θ

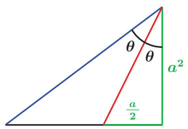
接線と x 軸の交点を求める。

$2ax-a^2=0$

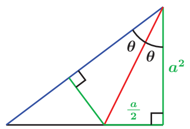
$2ax=a^2$

$x=\dfrac{a^2}{2a}=\dfrac{a}{2}$

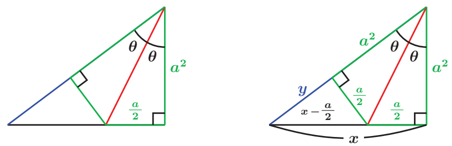
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



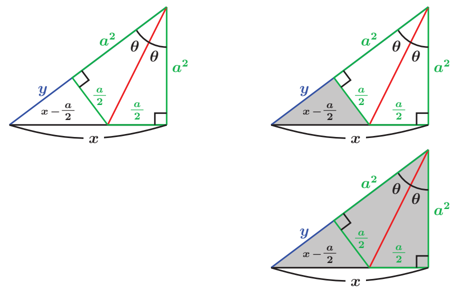
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



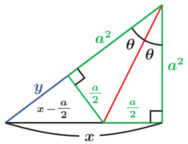
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める

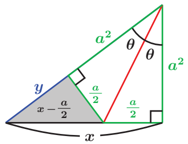


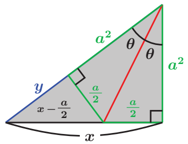
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める

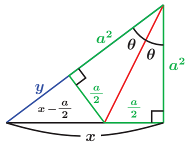






$$y : x = \frac{a}{2} : a^2 = a : 2a^2$$
$$= 1 : 2a$$
$$(x - \frac{a}{2}) : (y + a^2) = \frac{a}{2} : a^2$$
$$= 1 : 2a$$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】反射光を求める



$$y : x = \frac{a}{2} : a^2 = a : 2a^2$$
$$= 1 : 2a$$
$$(x - \frac{a}{2}) : (y + a^2) = \frac{a}{2} : a^2$$
$$= 1 : 2a$$

$x = 2ay$ ………………①

$2a\left(x - \frac{a}{2}\right) = y + a^2$

$\therefore\ 2ax - a^2 = y + a^2$

$\therefore\ y = 2ax - 2a^2$ ……… ②

②を①に代入

$x = 4a^2x - 4a^3$

$\therefore\ 4a^3 = (4a^2 - 1)x$ …. ②

両辺を$4ax$で割ると

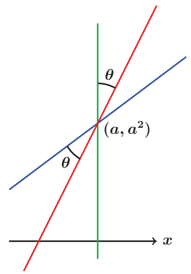
$$\frac{a^2}{x} = \frac{4a^2 - 1}{4a}$$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y = x^2$

反射光を求める

反射光は(a, a^2)を通っている

反射光の傾き$= \dfrac{4a^2 - 1}{4a}$



【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y = x^2$

反射光を求める

反射光は(a, a^2)を通っている

反射光の傾き$= \dfrac{4a^2 - 1}{4a}$

反射光を$y = Ax + B$とする。

(a, a^2)を通るから

$a^2 = Aa + B$

$$\therefore B = a^2 - Aa = a^2 - \frac{4a^2 - 1}{4a} \times a = a^2 - \frac{4a^2 - 1}{4}$$
$$= \frac{4a^2}{4} - \frac{4a^2 - 1}{4}$$
$$= \frac{1}{4}$$

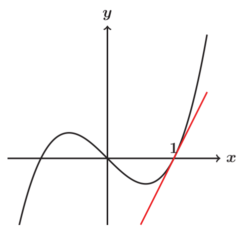
【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y = x^2$

反射光を求める

$A = \dfrac{4a^2 - 1}{4a}$ $\quad B = \dfrac{1}{4}$

反射光は $\quad y = \dfrac{4a^2 - 1}{4a}x + \dfrac{1}{4}$

【 放物線に光が当たり反射すると・・・ 】 $y = x^3 - x$



$(1, 0)$での接線

$x^3 - x$

$= (t+1)^3 - (t+1)$

$= t^3 + 3t^2 + 2t$

$= (x-1)^3$

$+3(x-1)^2$

$+2(x-1)$

1次式の部分

$y = 2(x-1)$

$= 2x - 2$