

北数教 “第81回数学教育実践研究会”

あつて良かった複素数

コレクション追加 No2

日 時 平成24年6月2日(土)

会 場 北海道大学情報教育館3F
スタジオ型多目的中講義室

北海道室蘭栄高等学校 安 田 富久一

【はじめに】

村田洋一先生が、第 79 回本数実研（11 月 26 日）で話されたレポートの不定積分について、先生が示された部分積分の方法は、変形は簡潔で短くすっきりしたものだ。今回のレポートでは、複素数を利用すると違う見通しの良さがあると思い紹介する。そして、以前から収集している“あって良かった複素数”のコレクションに加えた。

【きっかけ】

村田先生がレポートされた“ピアーズ・フォスター簡約積分表”を聞いていて、やってみたい方法が思い浮かんだ。459 番と 460 番だった。それは、次の不定積分を求めることだった。

$$(459) \int \sin \log x dx$$

$$(460) \int \cos \log x dx$$

【あって良かった複素数】

細部にこだわらず、かつ厳密性を考慮せず、非常にラフにやってみる。(459) の不定積分を I (460) のそれを J とおいておく。

$$\begin{aligned} J + iI &= \int (\cos \log x + i \sin \log x) dx \\ &= \int \exp(i \log x) dx \\ &= \int \{\exp(\log x)\}^i dx \\ &= \int x^i dx \\ &= \frac{1}{1+i} x^{i+1} + C \\ &= \frac{1-i}{2} x \exp(i \log x) + C \\ &= \frac{1-i}{2} x (\cos \log x + i \sin \log x) + C \\ &= \frac{1}{2} x \{(\sin \log x + \cos \log x) + i(\sin \log x - \cos \log x)\} + C \\ \therefore I &= \frac{1}{2} x (\sin \log x - \cos \log x) + C \\ J &= \frac{1}{2} x (\sin \log x + \cos \log x) + C \end{aligned}$$

【コメント】

厳密さが気になるなら、微分して見ると良い。原始関数は存在すれば定数の差を除いて一意に決定するというのは、高校で勉強する。ある意味での一意性があるので、どんな方方でも良い、一つ見つけたら解けた事になる。