

令和元年6月1日(土)

マニュアル墨守への注意教材
記数法・位取り(中国語の数の読み方)

第109回数学教育実践研究会

数実研会員 安田富久一

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、

$\sin \theta \cos \theta$, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$, $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

<マニユアル墨守解塔>

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= (\sin \theta + \cos \theta)^2 - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{1}{4} - 2 \times \left(-\frac{3}{8} \right) = 1 \end{aligned}$$

いつか次のような問題を出題してみたいなあ。

【問題】 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$, $\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$ となる θ について、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ の値を求めよ。

(2) 次の極限值を求めよ。

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{6}x}{x} \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}$$

<マニュアル墨守 or 使用上の注意無視解答>

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{6}x}{x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{6}x}{\frac{\pi}{6}x} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^3 - x + 5) \quad (v) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - x - 2}$$

$$(vi) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$$

<マニュアル墨守 or 使用上の注意無視解答>

$$(vi) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3$$

$$(vii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^x - 2^x}{3^x - 5 \cdot 2^x}$$

$$(viii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{1}{x}}}{3^{\frac{1}{x}} + 2^{\frac{1}{x}}}$$

<マニユアル墨守 or 使用上の注意無視解答>

$$(viii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{1}{x}}}{3^{\frac{1}{x}} + 2^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}} = \frac{1 - 1}{1 + 1} = 0$$

雑学 《 記数法・位取り（中国語の数の読み方）》

『数学序説』 吉田洋一・赤攝也（ちくま学術文庫） p.65～p.69

<位取りの発明>

“三万五千五百四十三”を 35543

ここに出てくる二つの3は、書かれた位置の相違のために一つは“三万”を表し、他は“三”を表す。

古代民族の記数法は、大抵このようなものではなく、桁の上がる毎に数字そのものも変わる変わるようなものであった。

ギリシャで紀元前7世紀頃から用いられた記数法では

MMMM[⊠][⊡]△△△△Ⅲ (M:1万, [⊠]:5千, [⊡]:5百, △:十, Ⅲ:三)

となる。

ギリシャ式記数法は煩雑であることは勿論のこと、無数に多くの数字を必要とすることも忘れてはならない。

<零の発見>

- ・ “零”の発見と、上の“位取りの原理”の発明とは無関係ではない。
- ・ 位取りの原理が数字の位置によってその“桁”を区別する。
- ・ “千五十三”が“百五十三”や“一万五十三”と混同しないよう百の桁が欠けていることを示す記号が必要となる。
- ・ “0”は1053のように、空位置を埋める記号として現れたのだろう。
- ・ その後筆算における経験などから、一つの“数”としての資格を獲得したと思われる。

<中国語の数の読み方>

30,053 三万五十三 を中国では 三万零五十三 と読む。

【注】

記数法に関しては、話しの枕になるような前振りネタを第82回数実研で紹介しています。日本の落語に影響を与えた中国の本『笑府』の中にある「訓子」というお話しの紹介レポートです。