第 109 回数学教育実践研究会

記数法・位取り(中国語の数の読み方)マニュアル墨守への注意教材

レポート

令和元年 6 月 1 日 (土)
北海道大学理学部 5 号館 203 教室

数実研会員　安田富久一

《 マニュアル墨守への注意教材 》

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき、$\sin\theta\cos\theta$, $\sin^2\theta+\cos^2\theta$, $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ の値を求めよ。

＜マニュアル墨守解塔＞

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\frac{1}{4}\quad\therefore\ 1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$$

$$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^2-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}-2\times\left(-\frac{3}{8}\right)=1$$

$$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)=\frac{11}{16}$$

$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$, $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$, $\sin^3\theta+\cos^3\theta=\dfrac{11}{16}$ ……………………(答)

(2) 次の極限値を求めよ。

(ⅰ) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin7x}{x}$　(ⅱ) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sin\frac{\pi}{6}x}{x}$　(ⅲ) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin2x}{5x}$

(ⅳ) $\displaystyle\lim_{x\to1}(2x^3-x+5)$　(ⅴ) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x-2}{x^2-x-2}$　(ⅵ) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-x-2}{x^2-1}$

(ⅶ) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot3^x-2^x}{3^x-5\cdot2^x}$　(ⅷ) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3^{\frac{1}{x}}-2^{\frac{1}{x}}}{3^{\frac{1}{x}}+2^{\frac{1}{x}}}$

＜マニュアル墨守 **or** 使用上の注意無視解答＞

(ⅱ) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sin\frac{\pi}{6}x}{x}=\lim_{x\to2}\frac{\sin\frac{\pi}{6}x}{\frac{\pi}{6}x}\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$

(ⅵ) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-x-2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x+2}{x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}}=3$

(ⅷ) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{3^{\frac{1}{x}}-2^{\frac{1}{x}}}{3^{\frac{1}{x}}+2^{\frac{1}{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}}{1+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}}=\frac{1-1}{1+1}=0$

【 注 】

(1) に関して、いつか次のような問題を出題してみたいなあ、と思っている。

【 問題 】

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$, $\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$ となる θ について、$\sin^2\theta+\cos^2\theta$ の値を求めよ。

雑学《 記数法・位取り（中国語の数の読み方)》

『数学序説』吉田洋一・赤攝也（ちくま学術文庫）p.65〜p.69 に、“位取りの発明”と“零の発見”についての記述がある。そこに書かれていることを簡略して紹介する。

『数学序説』p.65〜p.69 の 概要

＜位取りの発明＞

位取りの原理は、一の位、十の位、百の位、··· を違った文字で示すのではなく、数字の書かれた位置でそれを区別しようという原則である。

例えば“三万五千五百四十三”を　35543　と書く現在の我々の記数法は、この位取りの原理に従ったものである。

ここに出てくる二つの 3 が同じ意味のものではなく、書かれた位置の相違のために一つは“三万”を表し、他は“三”を表すという簡明な原理に基づいている。

しかし、ギリシャ人を初めとして、他の古代民族の記数法は、大抵このようなものではなく、桁の上がる毎に数字そのものも変わる変わるようなものであった。

ギリシャで紀元前 7 世紀頃から用いられた記数法で“三万五千五百四十三”は

MMM𐅆𐅅ΔΔΔΔ|||　(M : 1 万, 𐅆 : 5 千, 𐅅 : 5 百, Δ : 十, ||| : 三)

となる。

ギリシャ式記数法は煩雑であることは勿論のこと、無数に多くの数字を必要とすることも忘れてはならない。

＜零の発見＞

“零”の発見と、上の“位取りの原理”の発明とは無関係ではない。位取りの原理が数字の位置によってその“桁”を区別しようという方式である限り、例えば“千五十三”を記すのに、それが“百五十三”や“一万五十三”などと混同されないためには、どうしても百の桁が欠けていることを示す記号が必要となる。“0”はおそらくこのようにして 1053 などのように、空位置を埋める記号として先ず現れたのであろう。そして、その後筆算における経験などから、次第に一つの“数”としての資格を獲得していったものと思われる。

＜中国語の数の読み方＞

30,053 三万五十三 を中国では 三万零五十三 と読む。

【 注 】

記数法に関しては、話しの枕になるような前振りネタを第 82 回数実研で紹介しています。日本の落語に影響を与えた中国の本『笑府』の中にある「訓子」というお話しの紹介レポートです。