君は再びオレオレ詐欺に引っ掛かっていないか？　（いつの間にか詐欺に巻き込まれないために）

《オレ１》

方程式$\left|x^2-4\right|=5$を解け。

【解答】$-2 \leqq x \leqq 2$ のとき，$x^2-4 \leqq 0$　より，$-(x^2-4)=5$　$x^2+1=0$　これを満たすx は存在しない。

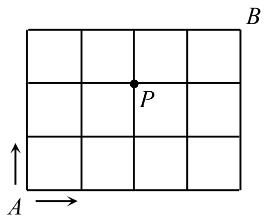
$x<-2,\ 2<x$ のとき，$x^2-4>0$　より，$x^2-4=5$　よって，$x=\pm 3$　これは，$x<-2, 2<x$　を満たす。

以上より，　$-2 \leqq x \leqq 2$ のとき，解はない　　$x<-2, 2<x$　のとき，$x=-3, 3$　答

3 点/10 点

《オレ２》

右の図のような街路がある。点Aを出発したまなぶ君が，最短経路(進む向きは右または上ということ)で点Pを通って，点Bまでいく確率を求めよ。ただし，まなぶくんは各交差点において道を等確率で選ぶとする。



【解答】点Aから点Pまでの最短経路の選び方は，${}_4C_2$である。道の選び方は等確率より，

点Aから点Pに進む確率は，

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$$

同様に，点Pから点Bに進む確率は，

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$$

以上より，点Aから点Bに行く確率は，$\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{9}{64}$　答

5 点/10 点

《オレ３》

箱Aには，当たりくじ２本を含む６本のくじが入っている。箱Bには赤球２個，白球３個の５個の球が入っている。箱Aから２本のくじを同時に引き，当たりくじであるとき，箱Bから当たりくじの枚数と同じ個数の球を同時に取り出すとき，少なくとも１個は赤球である確率を求めよ。

【解答】余事象のすべて白球を取り出す確率を求める。

箱Aから引いた当たりくじが１枚のときは，箱Bから１個の白球を取り出す。

$$\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}\times\frac{{}_3C_1}{{}_5C_1}=\frac{8}{15}\times\frac{3}{5}=\frac{8}{25}$$

箱Aから引いた当たりくじが２枚のときは，箱Bから２個の白球を取り出す。

$$\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{15}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{50}$$

よって，少なくとも１個は赤球を取り出す確率は，$1-\left(\dfrac{8}{25}+\dfrac{1}{50}\right)=\dfrac{33}{50}$　答

6 点/10 点

《オレ４》

$I=\displaystyle\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}dx$　を求めよ。

【解答】$x=\cos\theta$ とおく。両辺の微分をとると，　$dx=-\sin\theta d\theta$

ここでxとθの対応は右表のようになる。

x	$-1 \cdots\cdots \frac{1}{2}$
θ	$-\pi \cdots\cdots \frac{\pi}{3}$

$$I=\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{1-\cos\theta}(-\sin\theta)d\theta=-\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}d\theta=-\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos\theta)d\theta=-\left[\theta+\sin\theta\right]_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}=-\frac{4}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$$　答

7 点/10 点

《オレ５》

a, b を整数とする。２次方程式　$x^2+ax+b=0$　が整数解をもてば，a, b のうち少なくとも１つは偶数であることを証明せよ。

【解答】２次方程式の整数解をα, β とする。背理法で証明する。

解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-a$ …①，$\alpha\beta=b$ …②である。

ここで，a, b がともに奇数であると仮定すると，②よりα, β はともに奇数である。

このとき，①より$\alpha+\beta$ は奇数の和であるからa は偶数となり矛盾する。

よって背理法によりa, b の少なくとも１つは偶数である。　答

8 点/10 点

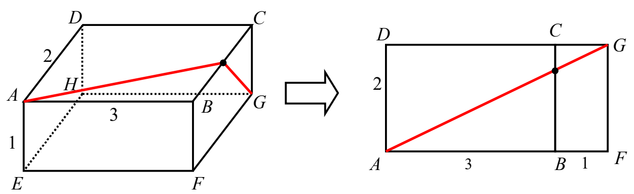
《オレ６》

３稜の長さが$3, 2, 1$である直方体の対角線の一端から面上を通って，他端へいく最短路の長さを求めよ。

【解答】

右図より求める長さは

$\sqrt{(3+1)^2+2^2}=2\sqrt{5}$　答



3 点/10 点

君は再びオレオレ詐欺に引っ掛かっていないか？　（詐欺の仕組みを理解して未然に防ごう）

《オレ 1》

方程式 $\left|x^2-4\right|=5$ を解け。

【解答】$-2 \leqq x \leqq 2$ のとき，$x^2-4 \leqq 0$　より，$-(x^2-4)=5$　$x^2+1=0$　これを満たす x は存在しない。

$x<-2,\ 2<x$ のとき，$x^2-4>0$　より，$x^2-4=5$　よって，$x=\pm 3$　これは，$x<-2, 2<x$　を満たす。

3 点/10 点

以上より，　$-2 \leqq x \leqq 2$ のとき，解はない　　$x<-2, 2<x$　のとき，$x=-3,3$　答

【解説】数をどこまで拡張するかでこの問題は解答の深さが異なる。

例えば，実数係数の２次方程式の解は，判別式で調べることができる。実数範囲で解を求めるなら，判別式を D とすると，$D<0$ は解がないことである。しかし，これは複素数までの範囲で考えれば，虚数解をもつことになる。

同じように本問の解答を高等学校で学ぶ教科書の数の扱いに沿って調べてみよう。

⑴ 数学Ⅰでは数の範囲は実数までである。未知数 x は実数であるから，数学Ⅰでは，

$$x=-3,3$$

⑵ 数学Ⅱでは複素数の範囲まで拡張されるので，複素数 x について解を求める。

$$x=a+bi \qquad (a,b \text{ は実数})$$

とおく。

$$x^2-4=(a+bi)^2-4=(a^2-b^2-4)+2abi$$

となる。ここで，絶対値をとるわけであるが，数学Ⅱで扱う絶対値は実数に対してのみである(ベクトルの絶対値は考えない)。

したがって，x^2-4 は実数であるから，

$2ab=0$ より，$a=0$ または $b=0$ である。

$a=0$ のとき，$\left|x^2-4\right|=\left|-b^2-4\right|=\left|b^2+4\right|=b^2+4$

これから，$b^2+4=5$ より，$b=\pm 1$

すなわち，$x=\pm i$

$b=0$ のとき，$\left|x^2-4\right|=\left|a^2-4\right|=5$

この解は，$a=-3,3$ より，$x=-3,3$ である。

以上より，数学Ⅱでは，解は，

$$x=-3,\ 3,\ -i,\ i$$

となる。

⑶ 数学Ⅲでは，複素数でも絶対値は定義され，複素数平面では原点からの距離(大きさ)である。

$$z=x^2-4 \qquad (x \text{ は複素数})$$

とおく。$|z|=5$ より，　z を極形式で示すと，

$$z=5(\cos\alpha+i\sin\alpha)$$

である。これから，$x^2=(5\cos\alpha+4)+5i\sin\alpha$　…①

ここで，さらに，

$$x=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

とすれば，

$$x^2=r^2(\cos 2\theta+i\sin 2\theta) \quad \cdots ②$$

①②より，大きさ r，偏角 θ を α を用いて表せばよい。

これを図形的イメージで考えてみよう。

z は $O(0)$ を中心とする半径 5 の円周上の点であるから，

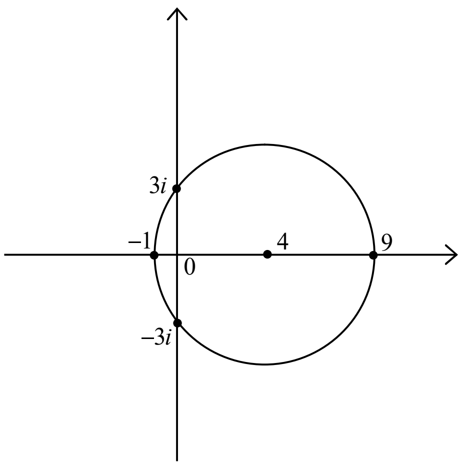
複素数 x^2 は，中心が $C(4)$，半径 5 の円周上の点である。

これらの点に対応して，複素数 x が求まると考える。

例えば，実軸上の点は $x^2=-1,9$ であるが，これから，

$$x=\pm i,\ \pm 3$$

が決まるのである。これ以外の複素数の解を１つ求めてみよう。



$3i$ も円周上の点であるから，

$$x^2=3i=3\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

ここで，$x=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とすると，

$$x^2=r^2(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)$$

２式を比較して，$r^2=3$ より，$r=\sqrt{3}\ (r>0)$

また，$2\theta=\dfrac{\pi}{2}+2n\pi$　(n は整数)より，

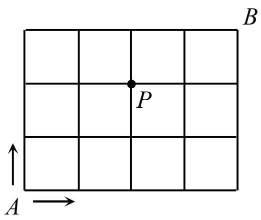
$$\theta=\frac{\pi}{4}+n\pi$$

以上より，$x=\sqrt{3}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+n\pi\right)+i\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+n\pi\right)\right)$

これから，　$x=\pm\sqrt{3}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)$　すなわち，$x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}i,-\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}i$

《オレ２》

> 右の図のような街路がある。点 A を出発したまなぶ君が，最短経路(進む向きは右または上ということ)で点 P を通って，点 B までいく確率を求めよ。ただし，まなぶくんは各交差点において道を等確率で選ぶとする。



【解答】点 A から点 P までの最短経路の選び方は，${}_4C_2$ である。道の選び方は等確率より，

点 A から点 P に進む確率は，

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$$

同様に，点 P から点 B に進む確率は，

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$$

以上より，点 A から点 B に行く確率は，$\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{9}{64}$ 答

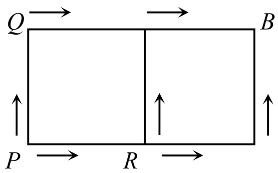
5 点/10 点

【解説】点 A から出発したまなぶ君は，条件のように交差点で右向き，上向きの２つの向きにしか移動できなければ必ず点 B に到着する。したがって，点 A から点 B まで行く確率は１である。同様に考えれば，点 P から点 B に行く確率も１である。

よって，点 A から点 P を経由して点 B に行く確率は，

$$\frac{3}{8}\times1=\frac{3}{8}$$

となる。



点 P から点 B に行く場合をもう少し詳しくみてみよう。

右図のように点 Q,R を考える。

点 P を出発したまなぶ君は，$\dfrac{1}{2}$ の確率で Q または R へ進む。

点 Q に到達したとき，上向きの道はないから，まなぶ君は右向きに必ず進み，B に到着するからその確率は１である。

したがって，まなぶが点 P から点 Q を経由し点 B に行く確率は，

$$\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$$

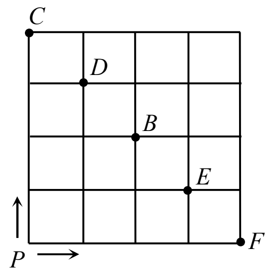
次に，点 P から点 R に進んだ場合，点 R では $\dfrac{1}{2}$ の確率で，右または上向きに移動するが，それから後は一つの向きしか移動することはできない。よって，点 P から点 R を経由して点 B に行く確率は，

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times1+\frac{1}{2}\times1\right)=\frac{1}{2}$$

である。以上より，点 P から点 B に行く確率は，

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

となるのである。



では，どの交差点でも必ず上と右の２つの向きに行けるとしたらどうなるだろう。

点 P から４回の移動で到達する点は右図の C,D,B,E,F である。その１つの経路に対する確率は，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4$ であるからそれぞれの確率は，右の向きに進む回数を考えれば，

$${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4,\ {}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4,\ {}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4,\ {}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4,\ {}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

となる。この和は１より，

$${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=1$$

が得られ，次の２項定理の性質が導かれる。

$${}_4C_0+{}_4C_1+{}_4C_2+{}_4C_3+{}_4C_4=2^n$$

解答の誤りは，このケースを認めてしまったことにある。

なお，この問題では，「交差点における道の選び方は等確率」であることが同様に確からしいことである。

これが，点 A から点 B へ進む最短経路に対して，「どの道の選び方も等確率」であるとすると，その確率は異なるものとなる。

点 A から点 B へ行く道の総数は，

$${}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$$

であり，この 35 本の同様に確からしい最短経路の中で，点 P を通る場合の数は，

$${}_4C_2\times{}_3C_1=18$$

よって，まなぶ君が，点 A から点 P を通り点 B へ行く確率は，

$$\frac{18}{35}$$

同様に確からしいことが，なんであるかということが確率では大事なのである。

《オレ３》

> 箱 A には，当たりくじ２本を含む６本のくじが入っている。箱 B には赤球２個，白球３個の５個の球が入っている。箱 A から２本のくじを同時に引き，当たりくじであるとき，箱 B から当たりくじの枚数と同じ個数の球を同時に取り出すとき，少なくとも１個は赤球である確率を求めよ。

【解答】余事象のすべて白球を取り出す確率を求める。

箱 A から引いた当たりくじが１枚のときは，箱 B から１個の白球を取り出す。

$$\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}\times\frac{{}_3C_1}{{}_5C_1}=\frac{8}{15}\times\frac{3}{5}=\frac{8}{25}$$

箱 A から引いた当たりくじが２枚のときは，箱 B から２個の白球を取り出す。

$$\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{15}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{50}$$

よって，少なくとも１個は赤球を取り出す確率は，$1-\left(\frac{8}{25}+\frac{1}{50}\right)=\frac{33}{50}$ 答

６点/10点

【解説】余事象を用いないで解いてみよう。

箱Aから当たりくじを引いた本数だけ，箱Bから球を取り出すわけだから，

（ⅰ）当たりくじが１枚　　（ⅱ）当たりくじが２枚

のそれぞれについて場合分けをする。

（ⅰ）箱 A から引いた当たりくじを１枚引くとき

箱 B からは，球を１個を取り出し，それが赤玉であればよい。

$$\frac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}\times\frac{{}_2C_1}{{}_5C_1}=\frac{8}{15}\times\frac{2}{5}=\frac{16}{75}$$

（ⅱ）箱 A から引いた当たりくじを２枚引くとき

箱 B からは２個の球を取り出し，それが赤球と白球が１個ずつの場合と，赤玉２個の場合を考える。

① 箱 B から赤玉１個と白玉１個を取り出すとき

$$\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_5C_2}=\frac{1}{15}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{75}$$

② 箱 B から赤玉２個を取り出すとき

$$\frac{{}_2C_2}{{}_6C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{15}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{150}$$

これから，当たりくじを２枚引くとき，箱Bから少なくとも１個赤玉を取り出す確率は，①，②より，

$$\frac{3}{75}+\frac{1}{150}=\frac{7}{150}$$

である。

（ⅰ），（ⅱ）から，求める確率は，

$$\frac{16}{75}+\frac{7}{150}=\frac{13}{50}$$

これが正しい確率であり，解答の確率と異なっている。

では解答の誤りはどこにあるかということになるが，それは余事象の捉え方である。

「少なくとも１個は赤玉を取り出す」の余事象は「すべて白玉を取り出す」ということではない。

正確には「赤玉を取り出さない」ということである。これを「すべて白球を取り出す」としてしまったことが誤りである。

「赤玉を取り出さない」事象には，もちろん「すべて白玉を取り出す」事象は含まれるが，それ以外に「何も取り出さない」事象もある。すなわち，「箱 A から引いた当たりくじが１枚もない」ときである。この場合の確率は，

$$\frac{{}_4C_2}{{}_6C_2}\times 1=\frac{2}{5}$$

である。解答のように余事象で求めるのならこの確率をさらに減じなければならない。

$$\frac{33}{50}-\frac{2}{5}=\frac{13}{50}$$

問題文の中に「少なくとも～」というキーワードがあるとどうしても余事象を用いたくなり解答を進めてしまう。

そういった常套文句がオレオレ詐欺に付け込まれるスキなのである。さらに，「少なくとも１個は赤玉である」事象を強調することで，その前のカードを引く試行の注意が疎かになる。こういった思考操作は確率問題の詐欺のもっとも得意とするトラップといえるだろう。

同時に，否定と反対の区別を解答者がしっかり理解できていないことにも問題はある。

例えば，「大きい」の否定は「大きくない」であり，「小さい」は反対語(対義語)である。

ところが，「奇数」の否定は「奇数ではない」であるが，整数は偶数と奇数のどちらかであるから，「奇数でない」ことは「偶数」であり，否定と反対は等しくなってしまう。

事象の否定である余事象を用いて確率を求める場合，このようなこともしっかりと理解し詐欺を未然に防がなければならない。

《オレ４》

$$I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}dx$$ を求めよ。

x	$-1\cdots\cdots\ \frac{1}{2}$
θ	$-\pi\ \cdots\cdots\ \frac{\pi}{3}$

【解答】 $x=\cos\theta$ とおく。両辺の微分をとると， $dx=-\sin\theta d\theta$

ここで x と θ の対応は右表のようになる。

$$I=\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{1-\cos\theta}(-\sin\theta)d\theta=-\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}d\theta=-\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos\theta)d\theta=-[\theta+\sin\theta]_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}}=-\frac{4}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$$ 答

7点/10点

【解説】被積分関数は，

$$y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x}=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\ \left(-1\leqq x\leqq\frac{1}{2}\right)$$

である。 $y\geqq0$ であるから，積分の値は正であり解答に誤りがあるのは明らかである。

ではどこが誤りかというと置換積分における θ と x の値の対応である。

$x=\cos\theta$ とおくとき，

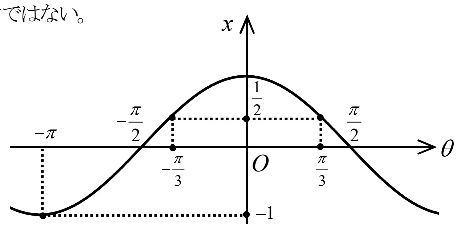
$x=-1$ であれば， $\theta=\pi+2n\pi$ （n は整数）

$x=\frac{1}{2}$ であれば， $c=2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ （n は整数）

定積分の上端，下端ともに無数の θ が対応するが，もちろんどの値でもいいわけではない。

θ と x は１対１対応(全単射)でなければ置換はできない。

$x=\cos\theta$ のグラフは右のようになる。



これから， $-\pi\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{3}$ の範囲では， θ と x は１対１対応ではない。

だから，この場合， $x=\frac{1}{2}$ に対応するのは $x=-\frac{\pi}{3}$ としなければならない。

さらに，解答にはもう一つトラップが隠されている。

$$\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{\sin^2\theta}=|\sin\theta|$$

である。ここで， $-\pi\leqq\theta\leqq-\frac{\pi}{3}$ であるから， $\sin\theta\leqq0$ 。すなわち，

$$|\sin\theta|=-\sin\theta$$

となる。以上より，

$$I=\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{1-\cos\theta}(-\sin\theta)d\theta=\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{3}}\frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}d\theta=\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{3}}(1+\cos\theta)d\theta=[\theta+\sin\theta]_{-\pi}^{-\frac{\pi}{3}}=\frac{2}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

《オレ５》

a,b を整数とする。２次方程式 $x^2+ax+b=0$ が整数解をもてば， a,b のうち少なくとも１つは偶数であることを証明せよ。

【解答】２次方程式の整数解を $\alpha,\ \beta$ とする。背理法で証明する。

解と係数の関係より， $\alpha+\beta=-a\cdots$①， $\alpha\beta=b\cdots$②である。

ここで， a,b がともに奇数であると仮定すると，②より $\alpha,\ \beta$ はともに奇数である。

このとき，①より $\alpha+\beta$ は奇数の和であるから a は偶数となり矛盾する。

よって背理法により a,b の少なくとも１つは偶数である。 答

8点/10点

【解説】解答のミスを見抜くことができたろうか。

ミスは問題文の読み方にある。

「２次方程式が整数解をもてば」とあるが，この条件を「２次方程式の２解がどちらも整数解」と読み間違えていないだろうか。問題では「整数解をもつ」といっているだけであり，数学的表現を用いると「少なくとも１つの解は整数である」ということである。１つの解が整数解であれば他の解は何でもいいのである。このちょっとした読み間違いが誤った解答を引き出してしまった。

ただ，その誤りの修正は解答に少し手を加えるだけである。

解と係数の関係より，

$$\alpha+\beta=-a\cdots①,\quad \alpha\beta=b\cdots②$$

①より， $\beta=-a-\alpha$ であるから， α を整数とすると a も整数より右辺は整数。よって左辺の β も整数である。

同様に， β を整数とすると α も整数であることが導かれる。

これから， α,β はともに整数である。

この部分を解答に加えて背理法で証明すればよい。

この解答の詐欺は，数学語と日本語の解釈の違いを利用している。

条件は「整数解をもつ」という日本語的な表現であるのに対し，要求は「少なくとも１つは偶数」という数学的表現である。

微妙な言葉の受け止め方と解釈のずれが誤答を引き起こしている。

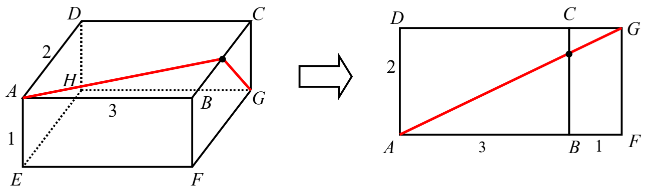
レストランで，ランチメニューの食後に「コーヒーまたは紅茶のどちらにしますか」と聞かれることがある。数学的な解釈は，少なくとも一方ということであるから，「どちらもお願いします」といっても間違いではない。でもきっと，ウェイトレスは怪訝な顔をするだろう。言葉を正確に理解し，そして活かすということはとても難しいことなのである。

《オレ6》 3 稜の長さが3, 2, 1 である直方体の対角線の一端から面上を通って，他端へいく最短路の長さを求めよ。

【解答】

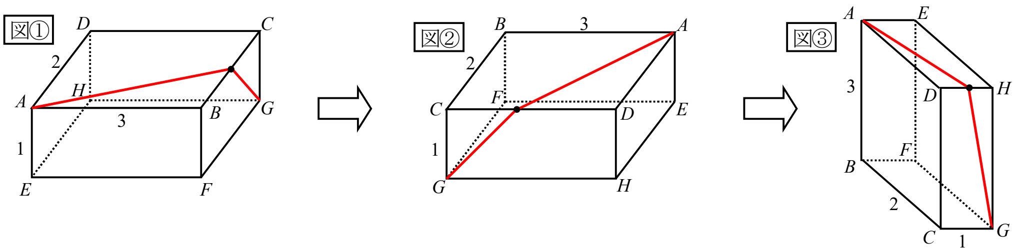
右図より求める長さは

$\sqrt{(3+1)^2+2^2}=2\sqrt{5}$ 答



3 点/10 点

【解説】直方体の図とその展開図を示し，視覚的に結果として見せつけられてしまうと妙に納得してしまうものだ。
それは，人は空間内で生活していても空間的な認識は不得手であるからだ。例えば，彼とその彼女が向き合っている。彼は両手を後ろに回している。彼が両手に持っているものは，花束，何ももっていない，それとも……。人の視野は2次元的なもので，立体の概形を調べるにはその立体をいろんな視点からみる必要があり，けっこう大変なことではある。だから，1つの視点が与えられるとその視点に依存してしまい他が見えなくなってしまう。
解答で示された立方体を水平方向に180° 時計回りに回転してみると，図②のように辺 CD を通る経路がまず浮かんでくる。
さらに図を垂直方向に90° 反時計回りに回転すると，図③のように今度は辺 DH を通る経路が見えてくる。



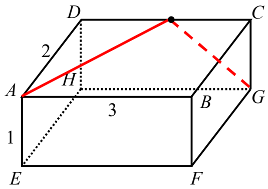
いずれも2面とその交線を通り，点 A から点 G に到達する。
そのそれぞれの場合の最短経路は，立方体の展開図において，頂点 A と頂点 G を両端点とする線分 AG の長さであり，次のように求められる。

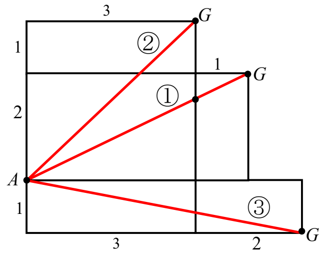
① $AG=\sqrt{2^2+(3+1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

② $AG=\sqrt{(2+1)^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

③ $AG=\sqrt{1^2+(3+2)^2}=\sqrt{26}$

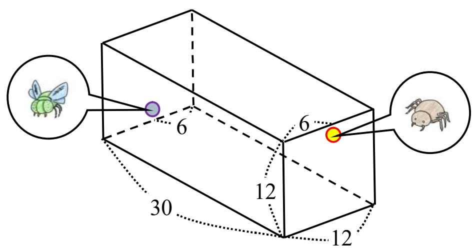
以上より，最短経路は②の $3\sqrt{2}$ である。



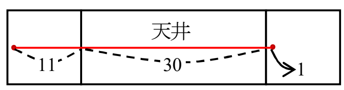


直方体上の2点の最短経路を求めるこの種の問題で傑出しているのは，デュードニー(イギリス)のパズルである。
1905 年にイギリスのもっとも古いタブロイド紙である Daily Mail は次のようなパズルを新聞に掲載した。

> 幅 30 フィート、奥行きと高さがともに 12 フィートの直方体の部屋がある。正方形の壁の1つには、天井から1フィート下の中央の位置に蜘蛛がいる。またもう一方の正方形の壁には、床から1フィート上の中央の位置に蝿がいる。蜘蛛が壁・天井・床を伝い這いながら、静止している蝿のところまで行くとき、その最短距離は何フィートだろうか。

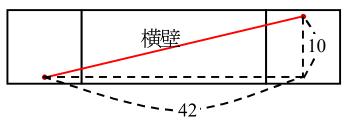


多くの読者の解答は、蜘蛛は正方形の壁を上に進み、壁に垂直に天井を伝い、突き当りの正方形の壁を下に進むというものだった(あるいは、床に降り、また這い登ってもいい)。
その場合の距離は、$1+30+11=42$ (フィート)



これに対して，パズル愛好家達は、この手の問題は厚紙の直方体を考え，2つの正方形の壁と手前の長方形の壁の部分を展開して蜘蛛と蝿を結べば得られると主張する。
しかしその距離を求めると，

$\sqrt{42^2+10^2}=\sqrt{1864}=43.174$ (フィート)



残念ながら単純に天井を這うルートより長くなってしまう。
結局，解は 42 フィートで落ち着くが，出題者デュードニーが提示した正解は，なんと
40(フィート)
であった。
一般の読者が陥る解答を予想し，さらにその予想に対してパズル愛好家が考えるであろう展開図による方法にも，罠を仕掛けて鼻をへし折り，ぎゃふんといわせる。普通に考えればいい，つまらない問題のように見せかけているが，実はそうではない。
デュードニーはミスリードにより2重，3重のトラップを周到に用意しているわけで，オレオレ詐欺にこのような方法が悪用されたら大変なことになるだろう。
さて，ところで正解の 40 フィートの経路はどのようなものだろう。考えてみて欲しい。
詐欺を未然に防ぐためにも…。

※ 解答は「不思議数との出会いの覚書(5o〜100)」の中に収録