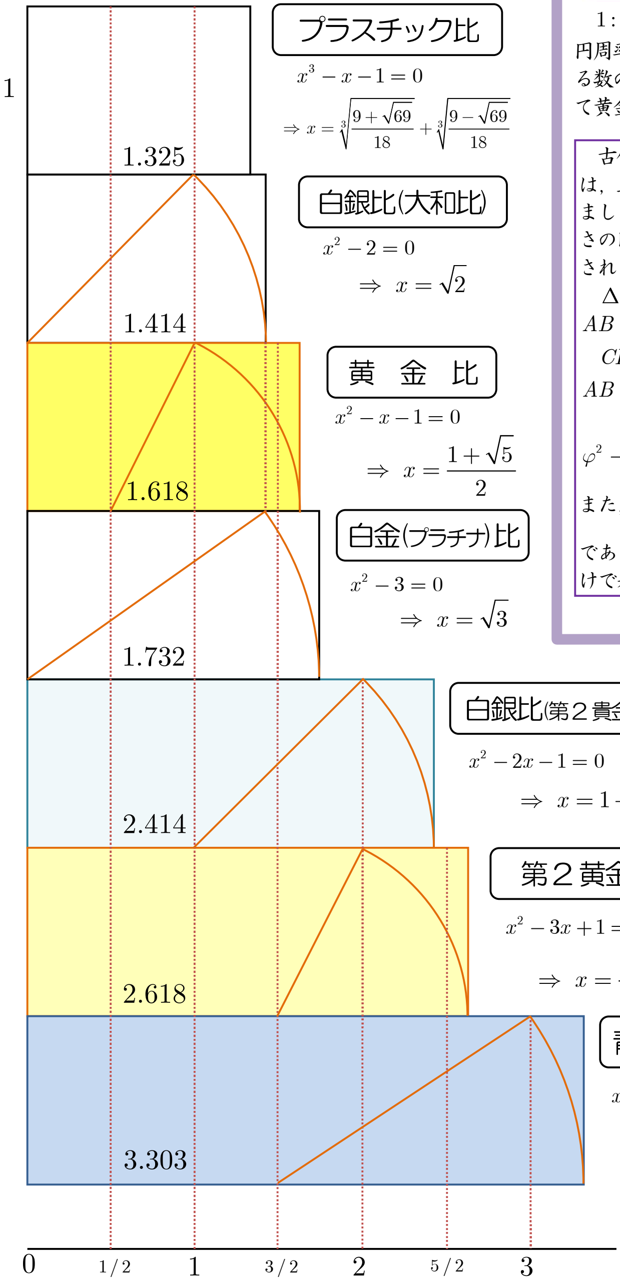
長方形の美形コンテスト　～美の競演，優勝するのは誰だ

一番美しく見えるのは？



プラスチック比

$x^3-x-1=0$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{9+\sqrt{69}}{18}}+\sqrt[3]{\dfrac{9-\sqrt{69}}{18}}$

白銀比(大和比)

$x^2-2=0$

$\Rightarrow x=\sqrt{2}$

黄　金　比

$x^2-x-1=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

白金(プラチナ)比

$x^2-3=0$

$\Rightarrow x=\sqrt{3}$

白銀比(第２貴金属比)

$x^2-2x-1=0$

$\Rightarrow x=1+\sqrt{2}$

第２黄金比

$x^2-3x+1=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

青銅比(第３貴金属比)

$x^2-3x-1=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$

Fuminori Nakamura

優勝は「黄金比」

$1:x$ が黄金比のとき，x を黄金数といい φ と表します。黄金数は円周率 π と同様に由緒ある数なのです。自然にもっとも多く点在する数の並びであるフィボナッチ数列では，隣接二項の比の極限として黄金数は表現することができます。

古代ギリシャのピュタゴラス学派は，五芒星形を学派の紋章としていました。正五角形の辺と対角線の長さの比が黄金比である神秘性に魅惑されたのです。右図より，

$\Delta ABC \backsim \Delta BCD \backsim \Delta CDE$

$AB=\varphi$ とすると，

$CD=AC-AD=\varphi-1$

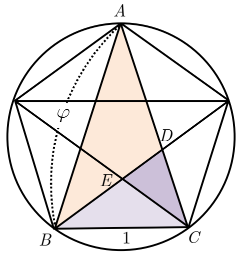
$AB:BC=BC:CD$ より，

$\varphi:1=1:(\varphi-1)$

$\varphi^2-\varphi-1=0$　となります。

また，$\varphi=\sqrt{1+\varphi}$　，$\varphi=1+\dfrac{1}{\varphi}$

であることから，右のように数１だけで表現することもできるのです。

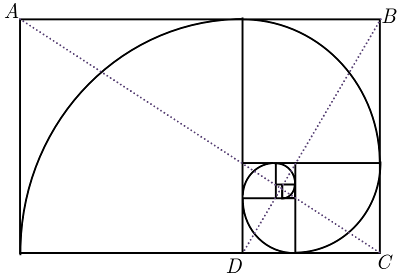


$$\varphi=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}$$

五芒星形の３つの二等辺三角形の相似比は黄金比ですが，黄金比の長方形(黄金長方形)ではさらにその収束を視ることができます。

黄金長方形から短辺を１辺とする正方形を切りとると，残った長方形は，長辺の長さ１，短辺の長さ $\varphi-1$ である黄金長方形であり，五芒星形と同じ関係を満たします。これを繰り返すと，黄金長方形は線分 AC と線分 BD の交点に収束していきます。この点を「神の目」といいます。また，切り取る正方形の１辺を半径とする扇形の弧を描きつないでいくと，オウムガイの貝殻に似た曲線が描かれます。これを対数(黄金)螺旋といい，この曲線もまた神の目に近づいていきます。



黄金比は，もっとも美しいと感じる比としてヒトの遺伝子に組み込まれています。

絵画では，ダヴィンチの「モナリザの微笑み」，「最後の晩餐」，建造物ではパルテノン神殿など，多くの芸術作品には黄金比が隠れていて，荘厳，美しさを演出しています。

また，日本では，葛飾北斎の版画である富岳三十六景「神奈川沖浪裏」は黄金比の構図の中に，波，富士山，舟が黄金螺旋に配置されて描かれています。

ルーブル美術館所蔵の「ミロのヴィーナス」は，愛と美の象徴である女神アフロディテがモデルであり，完璧なプロポーションの彫刻といわれています。

像のつまさきから頭頂と，つま先からヘソまでの長さの比は黄金比になっています。また，ヘソから頭頂，ヘソから首元までの比も黄金比であり，身長と頭の大きさの比は，

$\varphi:\dfrac{1}{\varphi^3}\fallingdotseq 1.618:0.236\fallingdotseq 8:1$

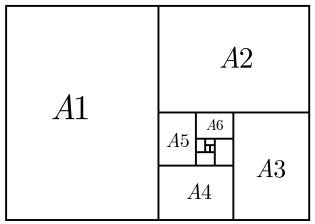
これが八頭身美人の言葉のいわれですが，実際は，

$\varphi^4:1=6.845:1$

であり，1/8の頭であれば，宇宙人かもしれません。

準優勝は「白銀比(大和比)」

白銀比の長方形を長辺で半分に折ると，また白銀比の長方形になります。白銀比は自己相似の長方形なのです。プリント，教科書，ノートなどのサイズは白銀比ですが，半分に折ったプリントはノートや教科書に挟み易いことから分かるように白銀比は実用的な比といえます。日本人は白銀比をとても好み，法隆寺の五重塔などの建造物には白銀比が使われています。黄金比の建物は黄金螺旋を織り込み円形で，華麗，荘厳なのに対し，白銀比の建物は，直線的で質素であり，静謐な印象を与えるのです。



$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cdots}}}}$$

白銀比は連分数展開できます。

A 判の用紙は，19 世紀にドイツで考案された規格です。

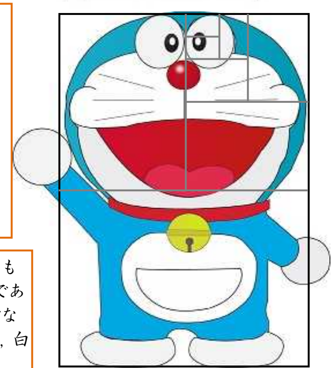
A0 版用紙のサイズは，

$1.189(m)\times 0.841(m)$

$=0.999949(m^2)$

であり，A0 を $1(m^2)$ として，半分，半分…していくと，A1，A2…の用紙になります。

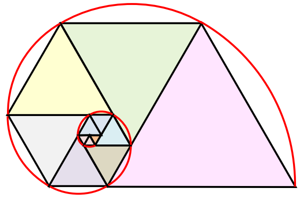
アニメのキャラクターにはドラえもんのように白銀比の体形(2 頭身)であるものがあります。実用的だけでなく，可愛らしさをみせるのもまた，白銀比なのです。



3位はプラスチック比

金属ではなく合成樹皮の愛称であるこの比は，イタリアの建築家が考案した比で，その比である正三角形を図のように並べて１辺を半径とする扇形をつなぐと，黄金螺旋と同じような螺旋が描かれます。プラスチック数 p は２次方程式の解では得られず連分数展開もできませんが，立方根を用いて１だけで表現することはできます。また，p は，$p^5-p^4-1=0$ も満たしていて可能性を秘めた次世代を担う比なのです。

$$p=\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\cdots}}}}}$$



特別賞は貴金属比グループ

$1:x=(x-n):1$ である比を第 n 貴金属比といいます。$x^2-nx-1=0$ であることから，

$$x=\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}$$

となります。$n=1,2,3$ はそれぞれ，黄金比，白銀比(第２貴金属比)，青銅比であり，この方程式は，華麗な一族の系譜を表しています。