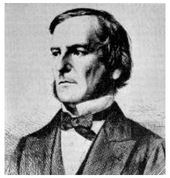
カルノー図・キャロル図による集合の図式化　～　シェーマ図でロジクってみよう

Fuminori Nakamura

Logical World の住人たち



George Boole（ブール）
（1815 年 11 月 2 日- 1864 年 12 月 8 日）
英国の数学者・哲学者。コンピュータの理論のもとである記号論理学(ブール代数)の提唱者。
彼の論理が 21 世紀の IT 技術を支えている。

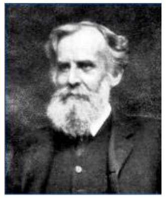
Augustus de Morgan（ド-モルガン）
（1806 年 6 月 27 日～1871 年 3 月 18 日）
英国の数学者。インドで生まれる。
ブール代数の論理の規則性を表すド・モルガンの法則を発案した。

言葉の並べ替えをアナグラムという ⇒

Carles Lutwidge Dodgson	
Lutwidge Charles	(並べ替えて)
Ludovicus Carolus	(ラテン語にして)
Lewis Carroll	(英語になおして)

Carles Lutwidge Dodgson（ドジソン）
（1832 年 1 月 27 日- 1898 年 1 月 14 日）
英国の数学・論理学者。オックスフォードのクライス・トチャーチで教師として働きながら記号論理学の研究をした。名前のアナグラムであるルイスキャロルのペンネームで「不思議の国のアリス」を著している。

ルイスキャロルは，子ども用の知育玩具として，「論理ゲームボード」を考案したけど難しすぎてオックスフォードの大学生も解けなかった。
前提から結論までの道筋を三段論法的に示すもので，3 つの属性で中心となる属性を図の真ん中に置き，「〇〇の宇宙」と名付けた。



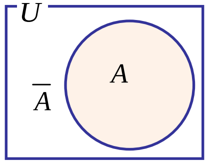
John Venn（ベン）
（1834 年 8 月 4 日-～1923 年 4 月 4 日）
英国の論理学者&哲学者。
集合論，確率，論理，統計で利用されるベン図を考案。論理の性質を視覚化した。

Maurice Karnaugh（カルノー）
（1924 年 10 月 4 日～　）
米国の数学・物理学者。ベル研究所に勤めていたときに，カルノー図を考案。
カルノー図は，ブール代数の分野で論理回路などで論理式を簡単化する表として用いられる。

※ 写真は *Wikipedia* より転載

補集合

集合 $\overline{A}$ は A の補集合　$\overline{A}=\{x \mid x \notin A\}$



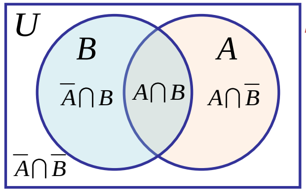
言葉では，
$\overline{A}$ は A でない
これは，
A の否定であり，
反対ではない

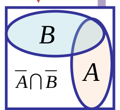
ド-モルガンの法則

① $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

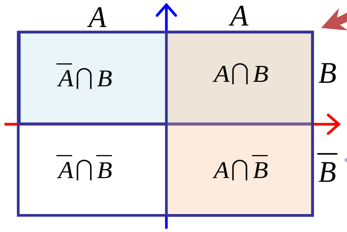
② $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

ベン図　集合とその補集合は内側と外側の配置される



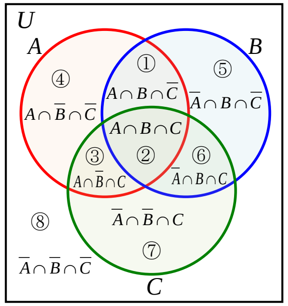


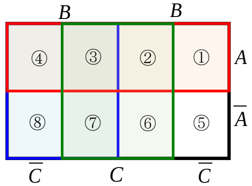
カルノー図　集合とその補集合は並列して配置される



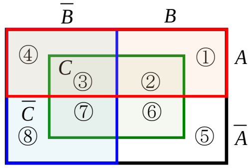
ド-モルガンの法則はカルノー図では明らかな性質になる確認してみよう

3 つの集合の関係を表すには…



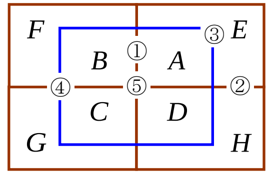


キャロル図

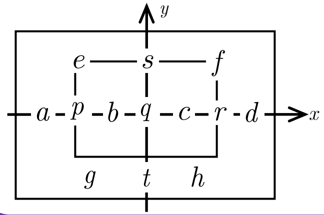


集合 A,B,C の中から基準となる集合 C を真ん中に配置して，「C の宇宙」を考える。

キャロル図の集合と個数の配置ルール



① A&B
② E&H
③ A&E
④ B&C&F&G
⑤ A&B&C&D

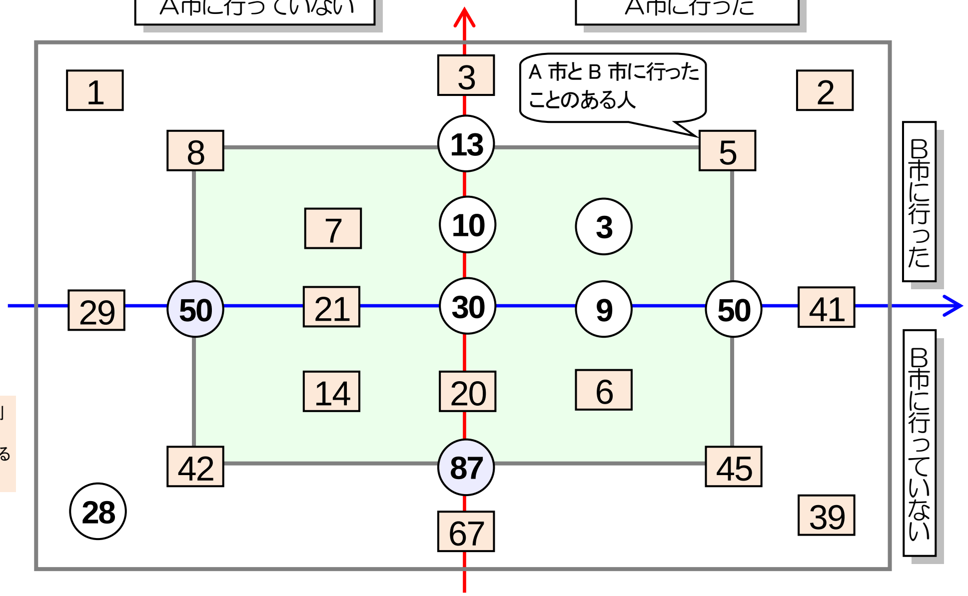


$p=a+b$
$q=b+c$
$r=c+d$
$s=e+f$
$t=g+h$

100 人のうち，A 市に行ったのは 50 人，B 市に行ったのは 13 人，C 市に行ったのは 30 人。
A 市と C 市に行ったのは 9 人。B 市と C 市に行ったのは 10 人。
A 市と B 市と C 市に行ったのは 3 人，A 市にも B 市にも C 市にも行ったことのないのは 28 人。
このとき，A 市と B 市に行ったのは何人？

「C 市に行ったことのある人の宇宙」を創造しよう

条件で与えられている〇をまず記入
次に配置ルールにしたがって,残りの要素の個数□を記入する

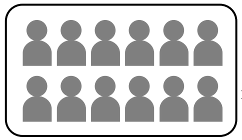


同じではない同じものを含む組合せ　～*visual* 的な分配の仕方

Fuminori Nakamura

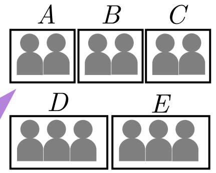
Try-Angle-Map で組分け

12 人を…



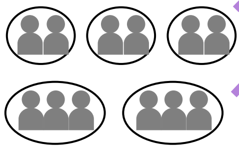
2 人部屋 A, B, C
3 人部屋 D, E
に入れる

$_{12}C_2 \times {}_{10}C_2 \times {}_8C_2 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3$



2 人の 3 組
3 人の 2 組
に分ける

X 通り



3!

2!

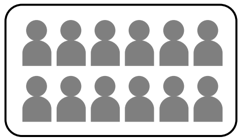
部屋には
人数制限がある

$$x \times 2! \times 3! = {}_{12}C_2 \times {}_{10}C_2 \times {}_8C_2 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{{}_{12}C_2 \times {}_{10}C_2 \times {}_8C_2 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3}{2! \times 3!}$$

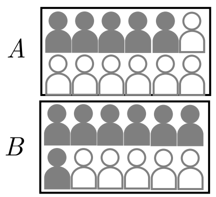
12 人を…



A,B の 2 部屋
に入れる

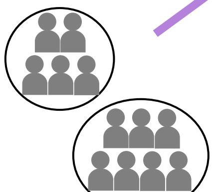
どの人も A または B の
部屋を選べるから

2^{12}



2 つの組
に分ける

X 通り



2!

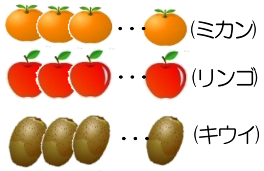
部屋には
人数制限はなく
12 人まで入れる

$$x \times 2! = 2^{12} \Rightarrow x = \frac{2^{12}}{2}$$

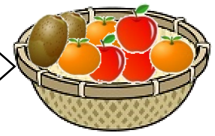
空部屋がないように
部屋割りすると

$$x = \frac{2^{12} - 2}{2}$$

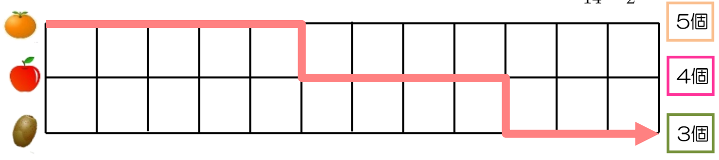
Route-Map で重複組合せ

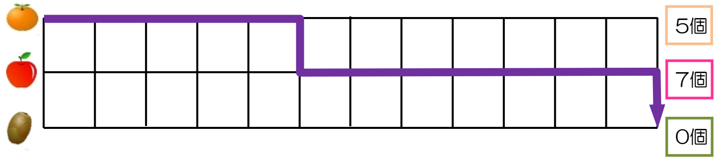


合せて 12 個を
果物かごに
入れる方法



○ カゴに入れない種類の果物があってもいい　$_{14}C_2 = 91$

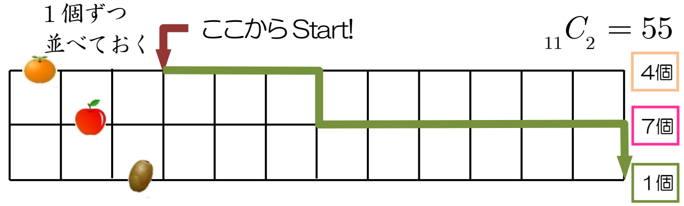




○ カゴにすべての種類の果物をいれる

1 個ずつ
並べておく

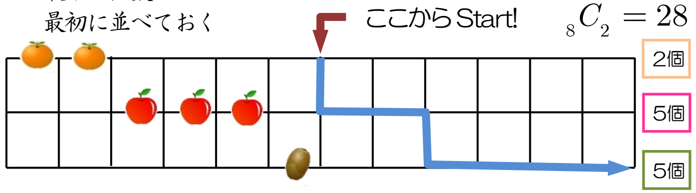
$_{11}C_2 = 55$



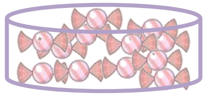
○ 最小個数は，みかん 2 個，リンゴ 3 個，キウイ 1 個

最小の個数だけ
最初に並べておく

$_8C_2 = 28$



Slack-Variable で重複組合せ



12 個のアメを
A, B, C の 3 人に分けよう

○ 全部配るとき　⇒ *Route-Map*　$_{14}C_2 = 91$

○ 全部配らなくてもいい

A, B, C に配る個数を a, b, c とすると，

$a + b + c \leqq 12 \quad a \geqq 0,\ b \geqq 0,\ c \geqq 0 \qquad \cdots(*)$

を満たす配り方
（$a = b = c = 0$ は誰にも配らない）

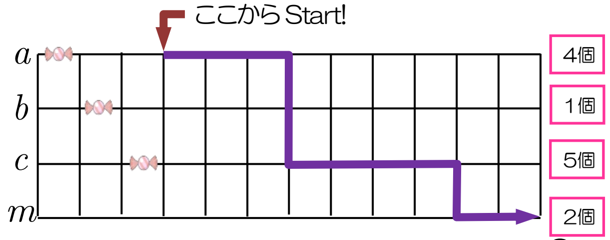
$m = 12 - (a + b + c) \geqq 0$

$a + b + c + m = 12$
$a \geqq 0,\ b \geqq 0,\ c \geqq 0,\ m \geqq 0$

Slack-Variable
不等式を等式に
変える変数 *m*

$_{14}C_3 = 364$

A, B, C の 3 人が
少なくとも 1 個は貰えるようにするには……



$_{12}C_3 = 220$

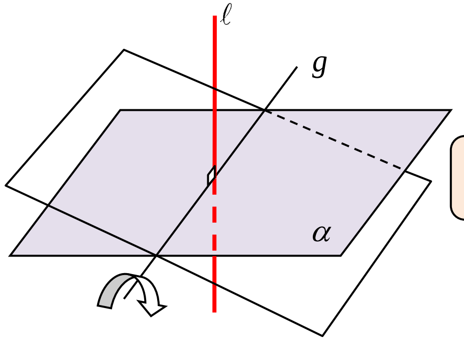
2 個は配らなかった
ということ

三垂線の立ち位置

三つの垂線があるとき、二つから残りの一つは求められるだろうか？

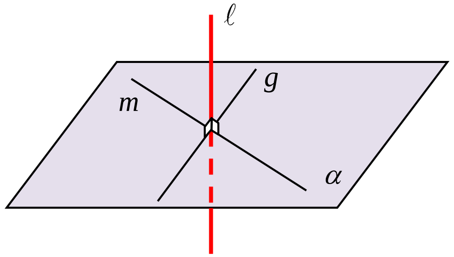
平面に垂直な直線(垂線)はどうやって引けばいいだろう?

直線ℓ に垂直な直線g を通る平面α は
直線g を軸にしてクルクル回る



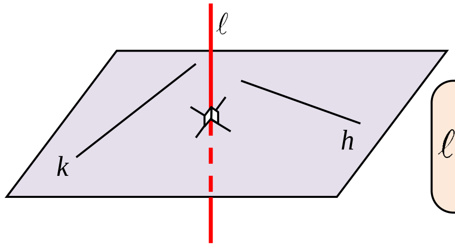
$\ell \perp g$

もう一つ直線ℓ に垂直な平面α 直線m を
用意するとビシッと回転は止まる



$\ell \perp g$
$\ell \perp m$

平面α は、直線ℓ と直線g の交点A と、
それぞれの直線上の点B,C を通る
三角形ABC で定まる。

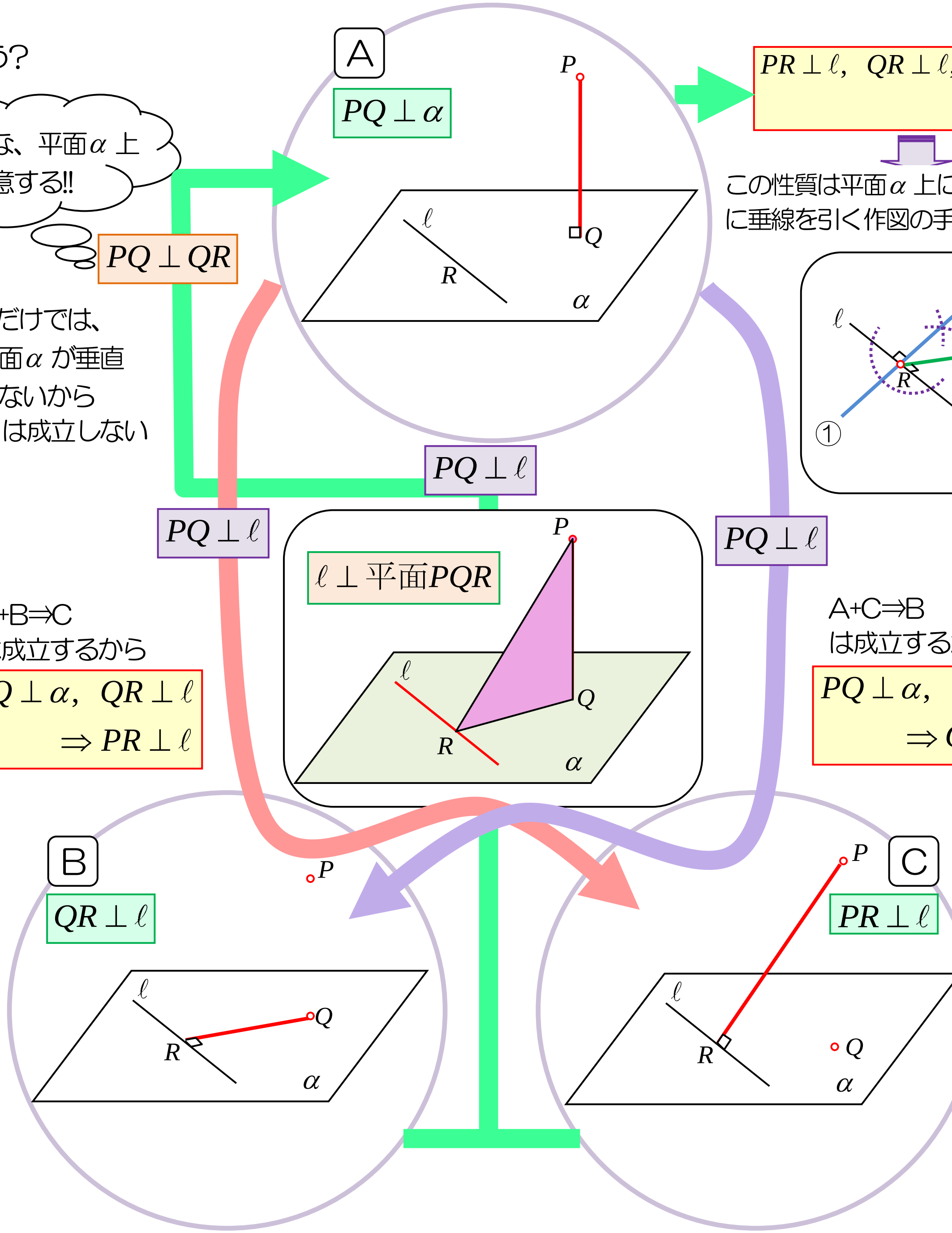


$$\ell \perp \alpha \Leftrightarrow \begin{matrix} \ell \perp k \\ \ell \perp h \end{matrix}$$

直線ℓ は平面上のどんな直線とも
垂直になっている。

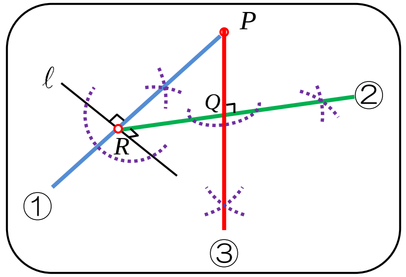
PQ に垂直な、平面α 上
の直線を用意する!!

$PQ \perp \ell$ だけでは、
PQ と平面α が垂直
とはいえないから
B+C⇒A は成立しない



$PR \perp \ell,\ QR \perp \ell,\ PQ \perp QR$
$\Rightarrow PQ \perp \alpha$

この性質は平面α 上にない点P から平面α
に垂線を引く作図の手順を示している。

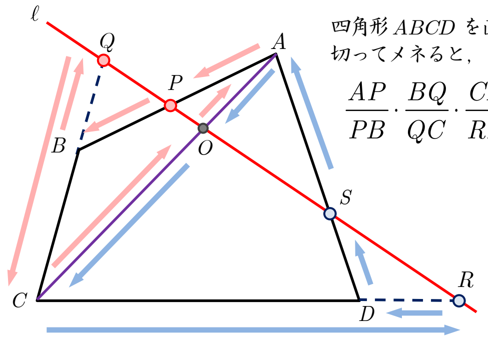


Fuminori Nakamura

メネりチェバりて世界を巡る ～ 図形をバランスよく切ってみよう

Fuminori Nakamura

平面上で凸四角形メネる



四角形 $ABCD$ を直線 ℓ で切ってメネると，

$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}=1$$

$\triangle ABC$ を直線 ℓ で切って反時計回りにメネる　$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\boxed{\frac{CO}{OA}}=1$

$\triangle ACD$ を直線 ℓ で切って反時計回りにメネる　$\boxed{\frac{AO}{OC}}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}=1$

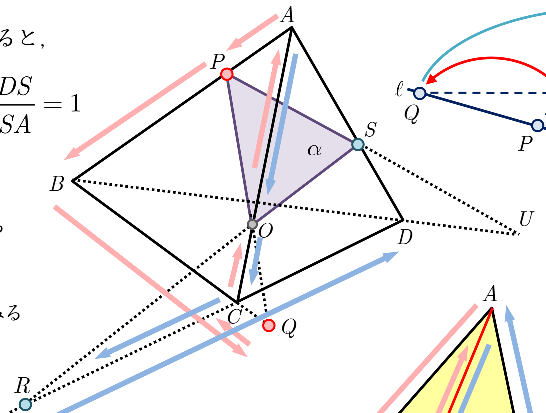
辺々掛けると，四角形をメネっている

メネるを繰り返すとどんな凸多角形でもメネれる

空間内で四面体をメネる

四面体 $ABCD$ を平面 α で切ってメネると，

$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}=1$$



辺 AC を共有している2つの平面にある $\triangle ABC, \triangle ACD$ でそれぞれメネってみる

$\triangle ABC$ を平面 α で切って反時計回りにメネる　$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\boxed{\frac{CO}{OA}}=1$

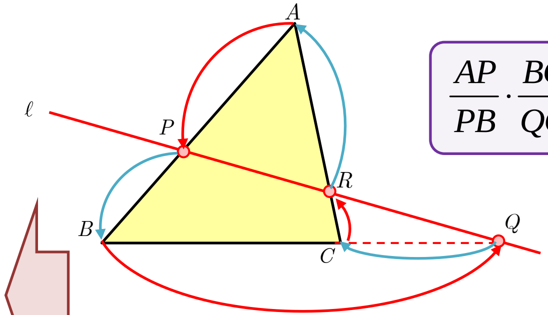
$\triangle ACD$ を平面 α で切って反時計回りにメネる　$\boxed{\frac{AO}{OC}}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}=1$

辺々掛けると，四面体をメネっている

メネラウスの定理

メネラウス(Menelaus，98 頃)はヘレニズム後期に活躍した学問の杜アレクサンドリアの天文学者

三角形の辺(延長線)を直線で切る（メネる）



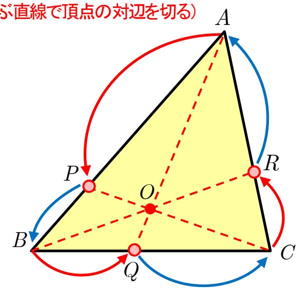
チェバの定理

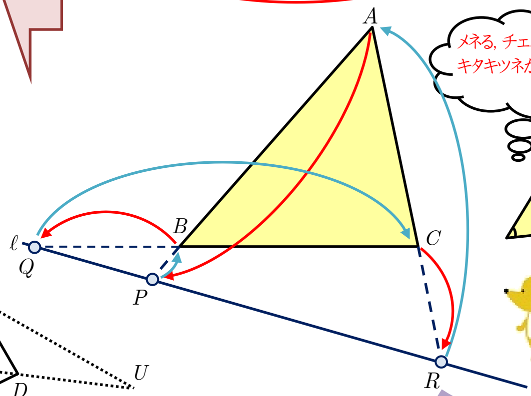
チェバ(Giovanni Ceva 1647～1734)はイタリアの数学者。メネラウスからは1600 年ほどの時代を経ている。

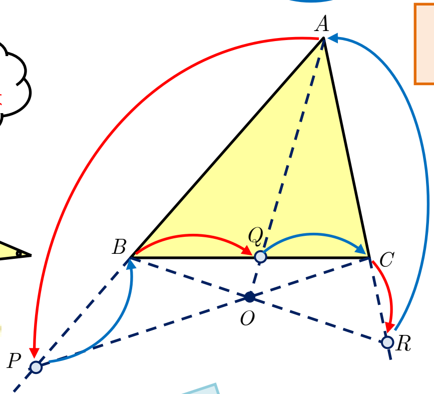
三角形の辺(延長線)を点で切る（チェバる）

（点と頂点を結ぶ直線で頂点の対辺を切る）

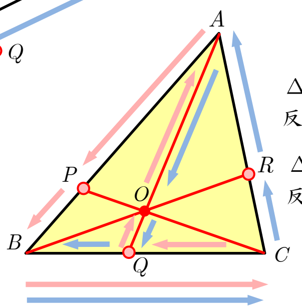
$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RA}=1$$







チェバるは 2 回メネること



$\triangle ABQ$ を直線 PC で切って反時計回りにメネる　$\frac{AP}{PB}\cdot\boxed{\frac{BC}{CQ}}\cdot\boxed{\frac{QO}{OA}}=1$

$\triangle AQC$ を直線 BR で切って反時計回りにメネる　$\boxed{\frac{AO}{OQ}}\cdot\boxed{\frac{QB}{BC}}\cdot\frac{CR}{RA}=1$

辺々掛けると，チェバってる

メネラウス・チェバの逆

$\triangle ABC$ の3辺 AB, BC, CA の辺またはその延長上にそれぞれ P, Q, R をとる。

$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RA}=1$$

が成立するとき，

① 3点 P, Q, R は一直線上にある(共線)

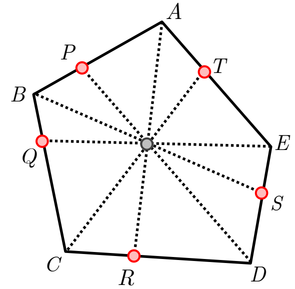
② 3直線 AQ, BR, CP は1点で交わる(共点)

凸多角形をチェバる

四角形はチェバれない
なぜかというと，
点と頂点を結ぶ直線の対辺で見つからない辺がある。だから，
偶数辺の凸多角形はチェバれない。

凸五角形をチェバる

$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SE}\cdot\frac{ET}{TA}=1$$



奇数辺の凸多角形を点で切ると，チャバることができる　（証明は数学的帰納法）

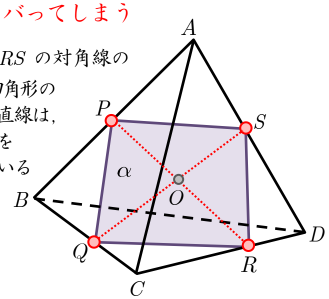
空間内で四面体をチェバる

平面 α で正四面体 $ABCD$ の4つの辺を切ってメネると，

$$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RD}\cdot\frac{DS}{SA}=1$$

下図をみると，もう，メネる，チェバるの区別がつかずメチェバってしまう

四角形 $PQRS$ の対角線の交点 O と四角形の頂点を結ぶ直線は，四面体の辺をチェバっている



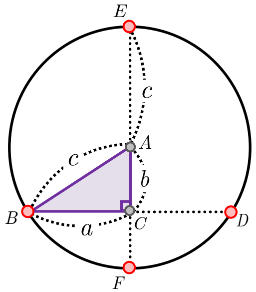
方べきのPowerを浴びてみよう ～ 初等幾何学の中心にある定理

Fuminori Nakamura

方べきの定理(Power of a Point Theorem)の証明は，
Euclid 原論の第３巻の円の命題 35,36 に記されている。
正方形の面積積である幾何的な方法を代数的に読み替えたのは
スイスの数学者 Steiner(1796-1863)である。
彼は，方べき(べき乗のこと)を「点の力」と考えた。

Pythagoras の定理

直角三角形 ABC $(C=90^\circ)$
において，$AB^2=BC^2+CA^2$



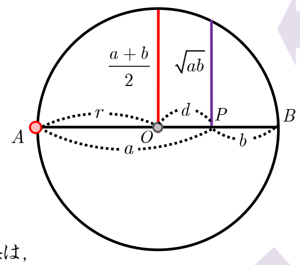
点 C で方べきの定理を用いると
$CB\cdot CD=CE\cdot CF$　これから
$a^2=(c+b)(c-b)=c^2-b^2$

相加平均と相乗平均の関係

$a>0,\ b>0$ のとき，

$$\frac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$$

(相加平均≧相乗平均)
等号成立は $a=b$



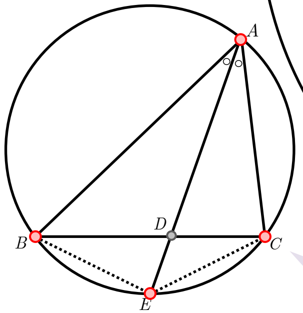
$AP=a,\ BP=b$ とすると円の半径は，

$r=\dfrac{a+b}{2}$　　点 P で方べきの定理を用いると

$ab=PA\cdot PB=r^2-d^2\leqq r^2$

角の二等分線の性質

ΔABC の内角 A の二等分線と
直線 BC の交点を D とすると，
① $AB:AC=BD:DC$
②
$AD^2=|AB\cdot AC-BD\cdot DC|$



$\Delta ABE\backsim\Delta ADC$ より，

$\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{AD}{DC}$ …①，$\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AD}{AC}$ …②

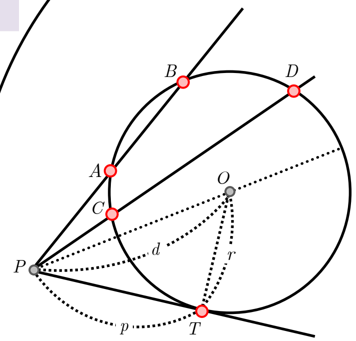
$\Delta ADC\backsim\Delta BDE$ より，$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{BD}{BE}$ …③

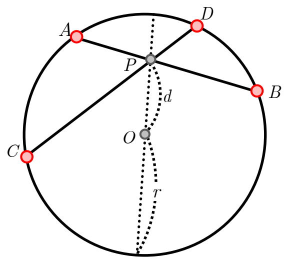
①,③を辺々掛けて　$AB:AC=BD:DC$
②に方べきの定理を用いる
$AB\cdot AC=AD\cdot AE$
$=AD(AD+DE)$
$=AD^2+AD\cdot DE=AD^2+BD\cdot DC$

(外角の二等分線についても同様に示すことができる)

Power Theorem

点 P は円の外部点　　**点 P は円の内部点**





$$PA\cdot PB=PC\cdot PD\ (=PT^2)$$

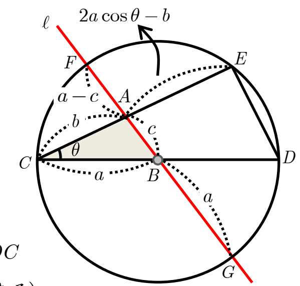
(円周上の点 P でも成立)
点 P と円の中心との距離 d　円の半径 r とすると

$$PA\cdot PB=\left|d^2-r^2\right|$$

三角形の余弦定理

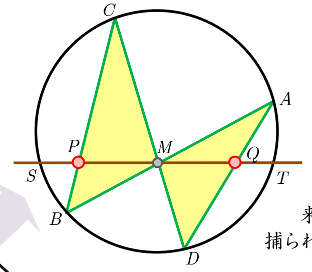
ΔABC において，
$AB=c, BC=a, CA=b$ とすると，

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



方べきの定理より，
$AC\cdot AE=AF\cdot AG$
$b(2a\cos\theta-b)=(a-c)(a+c)$
(角 C が鈍角の場合も同様に示される)

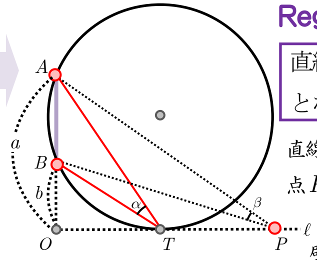
胡蝶定理



弦 ST の中点 M を通る２つの弦 AB,CD を図のようにとり弦 ST との交点をそれぞれ P,Q とすると，
$SP=QT$

紀元前５世紀のイランに栄えた都である西胡には，前世，現世，来世を飛び交う幻の蝶「胡蝶」が生息していた。円形のカゴの中に捕らわれた胡蝶の性質は方べきの定理を用いることで示すことができる。

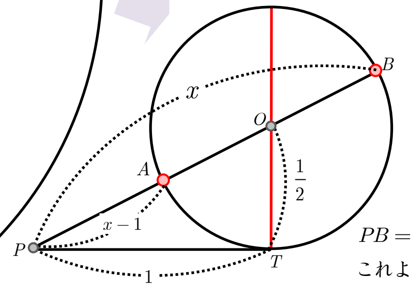
Regiomontanus 問題



直線 ℓ 上の点 P に対して $\angle APB$ が最大となるとき，$OP=\sqrt{ab}$

直線 ℓ を接線とし２点 A,B を通る円では，
点 P は接点 T 以外の点はすべて円の外部である。
$OT^2=OA\cdot OB=ab$
壁に掛かった絵を最適な位置でみるといった
パズルで有名な問題

黄金数の作図



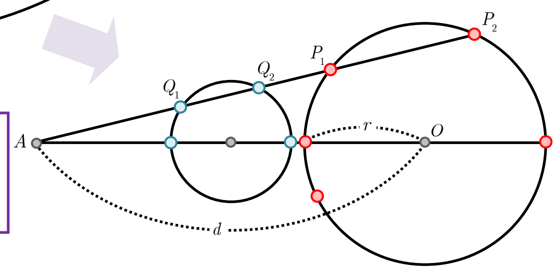
黄金数(Golden Number)

$$\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618\cdots$$

$PB=x$ とすると方べきの定理より $PA\cdot PB=PT^2$
これより $x(x-1)=1$　∴ $x^2-x-1=0$

$1:\varphi$ はもっともバランスがとれ美しく感じる比(黄金比)。自然の造形には至る所にこの比がある。

円の軌跡



中心 O，半径 r の円周上の点 P と，
定点 A を結ぶ線分の中点の軌跡は，
AO の中点を中心とする半径 $\dfrac{r}{2}$ の円

図を拡大・縮小する器具をパンタグラフという
$m:n$ に分ける点の軌跡も円になる。

点 A を通る直線が円 O と２点 P_1,P_2 で交わるとき $AO=d$ とすると，方べきの定理より，

$AP_1\cdot AP_2=\left|d^2-r^2\right|$　$AP_1=2AQ_1, AP_2=2AQ_2$ より，$AQ_1\cdot AQ_2=\left|\left(\dfrac{d}{2}\right)^2-\left(\dfrac{r}{2}\right)^2\right|$

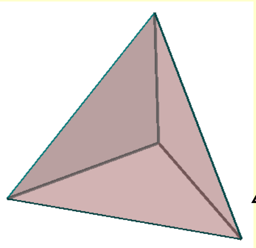
正多面体の一族

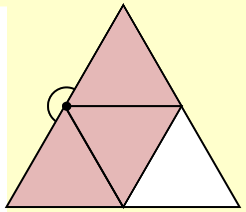
正十二面体と正二十面体のボール、当たると痛いのはどちらだ!!

正三角形グループ

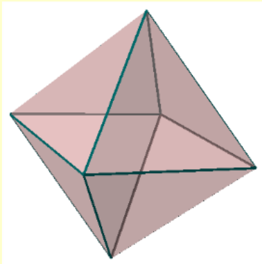
正多面体の一族の名前を
「プラトンの立体」
といいます。

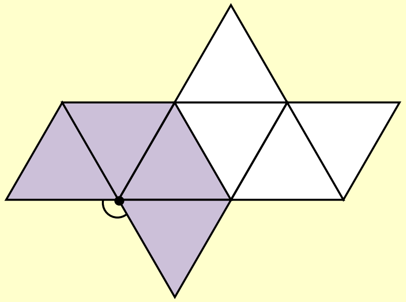
正四面体



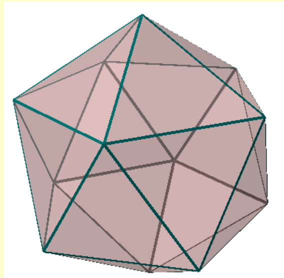


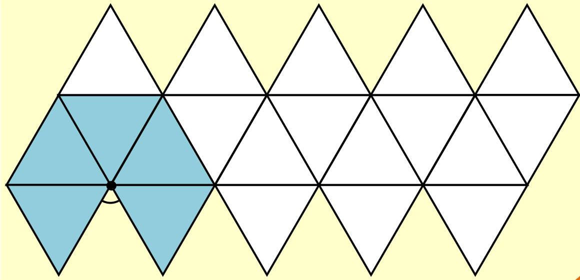
正八面体



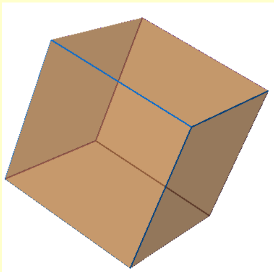


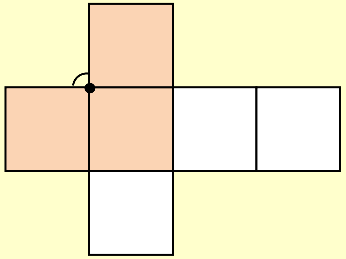
正二十面体



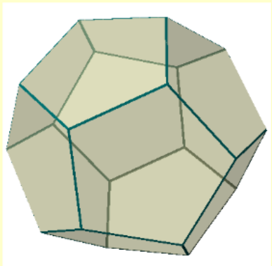


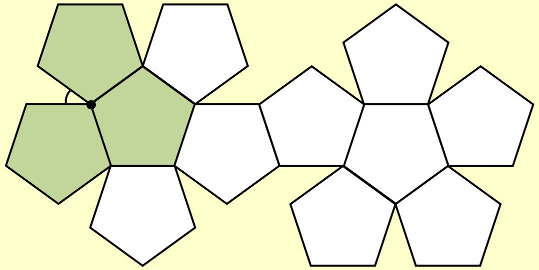
正六面体



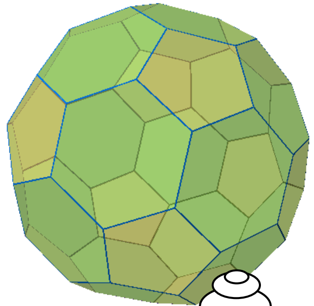


正十二面体





準正多面体…角切り二十面体



サッカーボール
正五角形 12 面、正六角形 20 面
で作られている。
正二十面体の 12 個の頂点を
切り取って作ることができる。

◆正多面体の面・辺・頂点・尖り度

正六面体と正八面体、正十二面体と正二十面体は、
各面の中点を結ぶ操作で入れ替わる。この関係を双対という。

項目 / 多面体	面の形	頂点共有の面数	面数 (Face)	辺数 (Edge)	頂点数 (Vertex)	F-E+V	尖り度 (不足角)	尖り度の和
正四面体	正三角形	3	4	6	4	2	180°	720°
正六面体	正方形	3	6	12	8	2	90°	720°
正八面体	正三角形	4	8	12	6	2	120°	720°
正十二面体	正五角形	3	12	30	20	2	36°	720°
正二十面体	正三角形	5	20	30	12	2	60°	720°

■オイラーの定理
平面…F−E+V=1
空間…F−E+V=2

■デカルトの定理
平面…図形の外角の和は 360°
空間…図形の尖り度の和は 720°

尖り度は、角度が大きいほど尖っていることを示す。
正十二面体の方が正二十面体より尖っていないので痛くない。
正二十面体はもっとも球に近い正多面体である。

倍数樹に連なる数の葉

３と９の倍数

10^n-1 は 9 の倍数であることを用いる。

$$abcd=10^3a+10^2b+10c+d$$
$$=999a+99b+9c+(a+b+c)$$

9 の倍数は 3 の倍数でもあるから
判定方法は同様。

４と８の倍数

$100=4\times25$ より
下 2 桁が 00 である数は 4 の倍数
$1000=8\times125$ より，
下 3 桁が 000 である数は 8 の倍数
$10^n=2^n\times5^n$ より，2^n の倍数は
下 n 桁は 2^n の倍数になる。

７と１１と１３の倍数

$10^{6n-3}+1$ は 7 かつ 11 かつ 13 の倍数である
ことを用いる。　$1001=7\times11\times13$ より，

$$abcdef=abc\times10^3+def$$
$$=abc\times1001+(-abc+def)$$

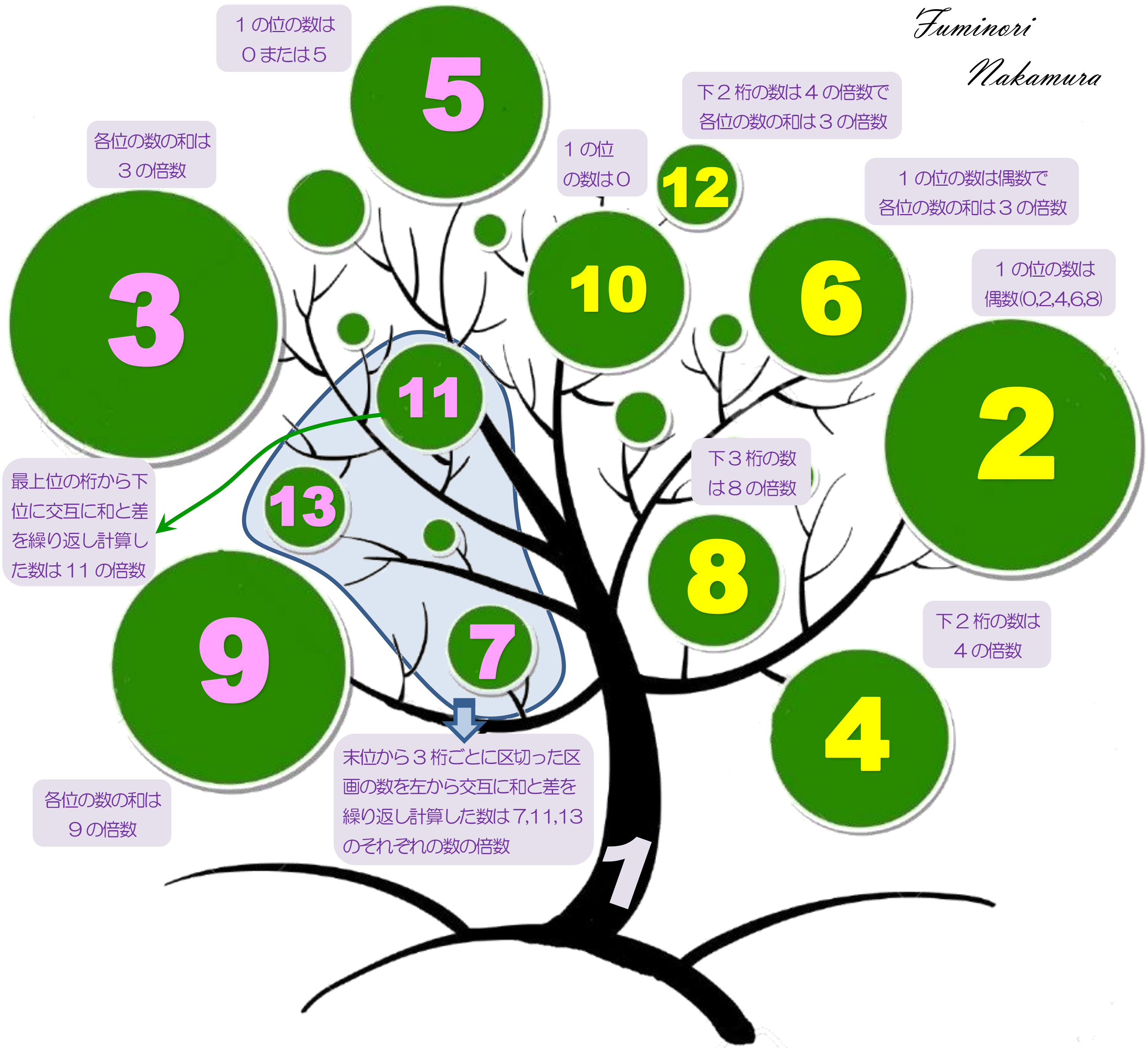
その他の倍数判定法

数 N を十の位以上の数 a と一の位の数 b に
分ける（$N=10a+b$）。
$a+kb$ と N の約数は一致する。
（3 桁，4 桁の倍数判定には有効）

$k=2$ のとき 19 の倍数
$k=3$ のとき 29 の倍数
$k=4$ のとき 13 の倍数
$k=-1$ のとき 11 の倍数
$k=-2$ のとき 7 の倍数
$k=-3$ のとき 31 の倍数
$k=-5$ のとき 17 の倍数

4389 は 19 の倍数

$$\begin{array}{r} 4389 \\ \underline{18} \\ 456 \\ \underline{12} \\ 57 \\ \underline{14} \\ 19 \end{array}$$



Fuminori Nakamura

2,438,195,760 の約数を調べてみよう

整数の変換 ～整数の性質と変換を効率化する簡便法

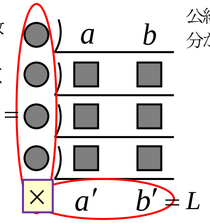
最大公約数・最小公倍数

2数 a,b の最大公約数を G、
最小公倍数を L とすると、
$a=Ga'$
$b=Gb'$
a' と b' は互いに素⇒$(a',b')=1$

$L=a'b'G$
$ab=GL$（エビ汁、エビがある）

最大公約数G ⇒ (a,b)
Greatest Common Measure

2数を公約数がなくなるまで割っていく



最小公倍数L ⇒ $[a,b]$
Least Common Multiple

3 数以上の最大公約数は、共通する公約数がなくなるまで割る。
最小公倍数は、2 数以上に公約数があれば続けて割る。
3 数 60, 36, 54 の場合は、
$G=2\times3=6$
$L=G\times2\times3\times5\times1\times3=540$

$G=$	2	60	36	54
	3	30	18	27
	2	10	6	9
	3	5	3	9
		5	1	3 $=L$

ユークリッドの互除法

高速アルゴリズム

$a=3293,\ b=1517$ の最大公約数

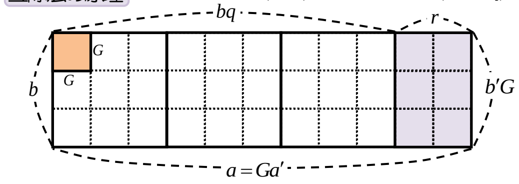
公約数が分かれば

公約数が分からなければ

$a=bq+r$ のとき、 $(a,b)=(b,r)$

エーッ、ビックリ!!

互除法の原理 $a=Ga',\ b=Gb',\ (a',b')=1$ のとき、$r=G(a'-b'q)$



ユークリッドの互除法の簡便法

$\boxed{3293}=1517\times2+259$
$1517=259\times5+222$
$259=222\times1+37$
$222=37\times6+\boxed{0}$

2	3293	1517	5
	3034	1295	
1	259	222	6
	222	222	
	37	0	

不定方程式の特殊解

Euclid（B.C300 頃）は、古代ギリシアの数学者。彼の著した「原論」は聖書についでもっとも読まれた書物である。互除法は原論 7 巻に記載されている。

$31x+24y=1$ の特殊解

ユークリッドの互除法
$31=24\times1+7$
$24=7\times3+3$
$7=3\times2+1$

余りに関して解く
$7=31-24\times1$
$3=24-7\times3$
$1=7-3\times2$

$a=31, b=24$ とおく
$7=a-b\times1$
$3=b-7\times3$
$1=7-3\times2$

余り 1 の式に他の式を代入
$1=7-3\times2$
$=7-(b-7\times3)\times2$
$=7\times7-2b$
$=(a-b)\times7-2b$
$=7a-9b$

(31,24)＝1 のこと。不定方程式の右辺が p のときは、求めた 2 数を p 倍する。

ユークリッドの互除法の簡便法を利用してみよう

特殊解の簡便法

シミュレート法

1	31	24	
	24	21	3
2	7	3	
	6		
	1		

$a=31$
$b=24$

同じ計算をする。

1	a	b	
	b	$3a-3b$	3
2	$a-b$	$-3a+4b$	
	$-6a+8b$		
	$7a-9b$		

	a	b
	1	0
1	0	1
3	1	-1
2	-3	4
	7	-9

P 進法 ⇒ 10 進法

整数部分

$12112_{(3)}$ を 10 進法で表してみよう。
各桁の整数部分を横一列に並べ、組立除法で計算すると、余りに対応する値が 10 進法で表された数。

3	1	2	1	1	2
		3	15	48	147
	1	5	16	49	149

$12112_{(3)}=1\times3^4+2\times3^3+1\times3^2+1\times3^1+2$
$=5\times3^3+1\times3^2+1\times3^1+2$
$=16\times3^2+1\times3^1+2$
$=49\times3+2$
$=149$

小数部分

$0.3402_{(5)}$ を 10 進法で表してみよう。
小数点以下の整数を横一列に並べ、組立除法で計算し、余りに対応する値を、小数点以下の桁数 4 を指数とし 5 を底とする 5^4 で割った数。

5	3	4	0	2
		15	95	475
	3	19	95	477

$\Rightarrow \dfrac{477}{5^4}=0.7632$

$0.3402_{(5)}$
$=3\times\left(\frac{1}{5}\right)+4\times\left(\frac{1}{5}\right)^2+0\times\left(\frac{1}{5}\right)^3+2\times\left(\frac{1}{5}\right)^4$
$=\left(\frac{1}{5}\right)^4\times(3\times5^3+4\times5^2+0\times5^1+2)$

10 進法 ⇒ P 進法

Fuminori Nakamura

整数部分

194 を 5 進法で表してみよう。
まず、194 を 5 で割った商と余りを求める。
次に、その商である数を 5 で割った商と余りを求める。
これを続けていくと、

5	194	
5	38	4
5	7	3
	1	2

$194=5\times38+4$
$=5\times(5\times7+3)+4$
$=5^2\times7+5\times3+4$
$=5^2\times(5\times1+2)+5\times3+4$
$=1\times5^3+2\times5^2+3\times5^3+4$
$=1234_{(5)}$

余りの並びは、
P 進法で表した数の桁の小さい順の並び

小数部分

0.46875 を 4 進法で表してみよう。
まず、0.46875 に 4 を掛けて整数部分と小数部分に分ける。
次に、小数部分に 4 を掛けて整数部分と小数部部に分ける。
これを続けていくと、

0	46875
×	4
1	87500
×	4
3	50000
×	4
2	00000

$0.46875=1.87500\times\frac{1}{4}$
$=\left(1+3.5\times\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}$
$=1\times\frac{1}{4}+\left(3+2\times\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$
$=1\times\frac{1}{4}+3\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+2\times\left(\frac{1}{4}\right)^3$
$=0.132_{(4)}$

整数部分の並びは、
P 進法で表した数の小数第 1 位以下の並び