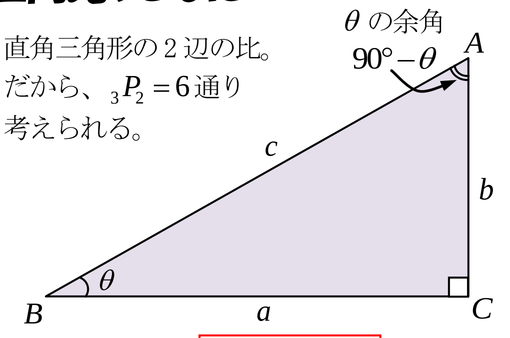
三角比の坂　～　三角比の歴史坂を駆け抜けよう!

三角比ってなに？

直角三角形の２辺の比。
だから、${}_3P_2=6$ 通り
考えられる。



逆数が等しい三角比は１つと考え、この３つの比を三角比とする。

$\frac{a}{c}=$(余弦)$=\cos\theta=\sin(90^\circ-\theta)$

$\frac{b}{c}=$(正弦)$=\sin\theta$

$\frac{b}{a}=$(正接)$=\tan\theta$

$\frac{c}{a}=$(正割)$=\sec\theta$

$\frac{a}{b}=$(余接)$=\cot\theta=\tan(90^\circ-\theta)$

$\frac{c}{b}=$(余割)$=\csc\theta=\sec(90^\circ-\theta)$

６つの比の値は、正 *or* 余 {弦, 接, 割} と表す。

「余」がつく三角比は、「正」の角 θ に対して余角 $(90^\circ-\theta)$ の正弦・正接・正割を示す。記号では co（with）を接頭語としてつける。

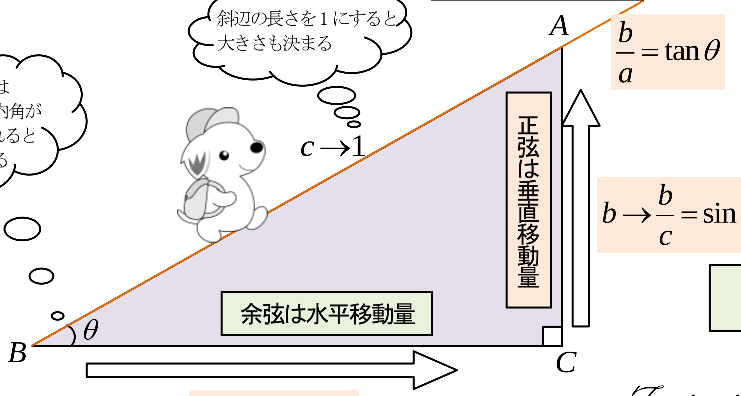
３つの三角比
サイン、コサイン、タンジェント
の比の意味を考えてみよう！

坂を登ると三角比が見える!!!

直角三角形は直角以外の内角が１つ与えられると形状がきまる

斜辺の長さを１にすると大きさも決まる

正接は坂の勾配



$\frac{b}{a}=\tan\theta$

$b\rightarrow\frac{b}{c}=\sin\theta$

$a\rightarrow\frac{a}{c}=\cos\theta$

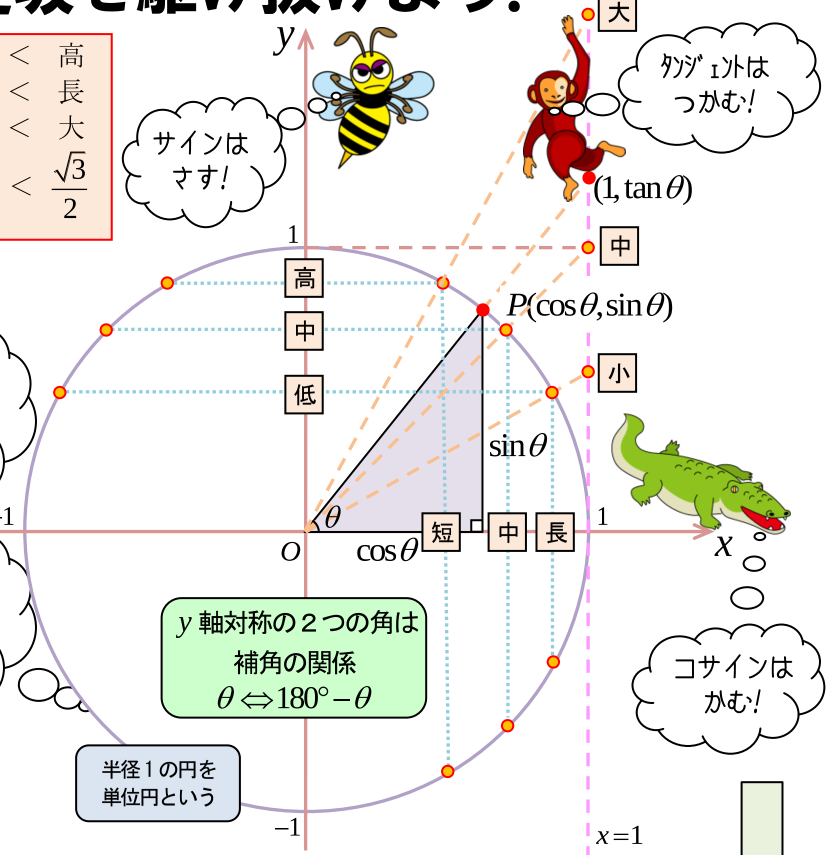
90°以上の角の三角比はどうやって求めたらいいのだろう？

Fuminori Nakamura

低	<	中	<	高
短	<	中	<	長
小	<	中	<	大
$\frac{1}{2}$	<	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	<	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

大小関係から 30°, 45°, 60° の角度を求める

三角比は、三角関数へと拡張されていく。



三角比の相互関係

…１つの三角比から残りの２つを求めてみよう

三角比の基本性質

（三平方の定理のこと）

- $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$
- $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$

両辺を $\cos^2\theta$ で割る

基本性質の三態

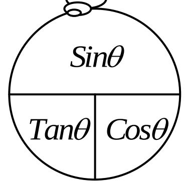
① $(\cos\theta+\sin\theta)^2=1+2\cos\theta\sin\theta$
② $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$
③ $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$

$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta$

$\tan\theta$ が与えられたとき、残りの三角比を求める手順。

$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}$

坂で転んでスッテンコロリン!



三角形の辺と角の相性 ～三角形の上で、三辺対三角のフィーリングカップルを探してみよう！

Fuminori Nakamura

三角形の存在条件

① $a>0,\ b>0,\ c>0$　（辺の長さは正だよ）

② 三角形の１辺の長さは他の２辺の長さの和より小
（犬の習性という法則　…　菊池寛曰く）

$a<b+c$
$b<c+a$
$c<a+b$

⇒ 最大辺の長さが c のとき $c<a+b$

辺と角の関係

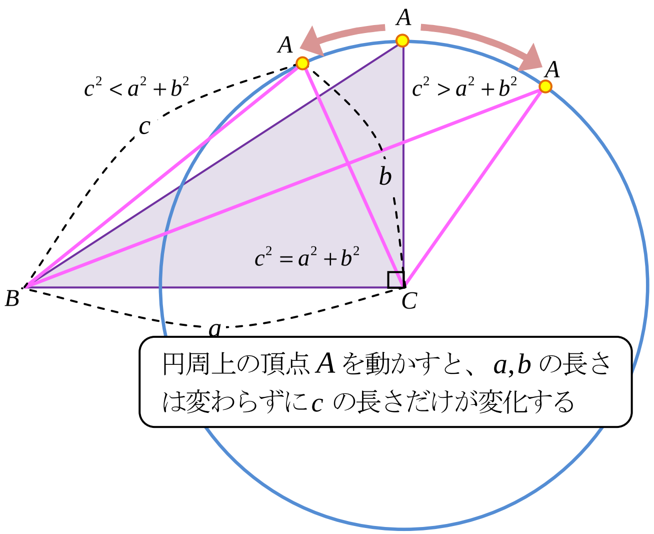
$A<B<C \iff a<b<c$ ⇒ 最大(最小)角 対辺⇓⇑対角 最大(最小)辺

三角形の形状

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

最大辺の長さを c とすると、

① 鋭角三角形 ⇔ $c^2<a^2+b^2$ ⇐ $\cos C>0$
② 直角三角形 ⇔ $c^2=a^2+b^2$ ⇐ $\cos C=0$
③ 鈍角三角形 ⇔ $c^2>a^2+b^2$ ⇐ $\cos C>0$

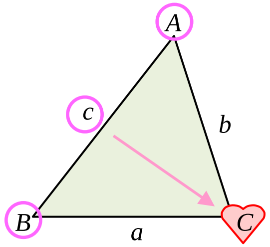


円周上の頂点 A を動かすと、a,b の長さは変わらずに c の長さだけが変化する

三角形の決定条件と解法

解法の Point
- 向かい合う辺と角を正弦・余弦定理を用いて１組求める。⇒ ♥カップル成立
- １組のカップルを仲人にして他の辺と角を求める。
  最初は正弦定理でアプローチ。
  ダメな場合は、成立した１組のカップルの関係から第２余弦定理でアプローチ。

① １辺と２つの角が与えられている　$(A,\ B,\ c)\Rightarrow(a,\ b,\ C)$

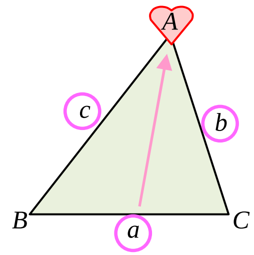


内角の和：$C=180°-A-B$

C ♥ c　C の三角比の値が求められる。 ⇒ 正弦定理：$a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}$ ⇒ 第１余弦定理：$b=c\cos A+a\cos C$

C の三角比の値が求められない。 ⇒ 正弦定理：$a=2R\sin A,\ b=2R\sin B$ ⇒ 第１余弦定理：$c=a\cos B+b\cos A$ より R を求める

② ３辺の長さが与えられている　$(a,\ b,\ c)\Rightarrow(A,\ B,\ C)$



第３余弦定理：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

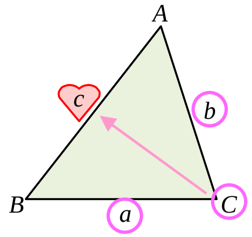
辺の値がキレイな対角を求める。

A ♥ a ⇒ 第３余弦定理：$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ ⇒ 内角の和：$C=180°-A-B$

次に辺の値がキレイな対角 ⇒ 正弦定理：$\sin B=\dfrac{b\sin A}{a}$

対辺の長さの大小関係から角Bを決める。

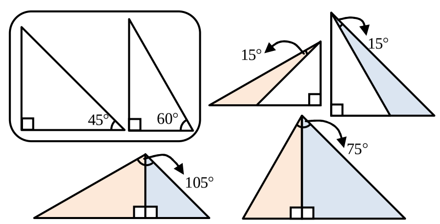
③ ２辺とその間の角が与えられている　$(a,\ b,\ C)\Rightarrow(A,\ B,\ c)$



第２余弦定理：$c^2=a^2+b^2-ab\cos C$

C ♥ c ⇒ 正弦定理：$a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}$ ⇒ 内角の和：$C=180°-A-B$

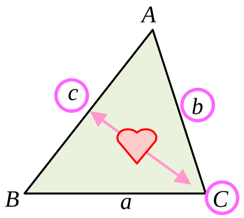
２つの直角定規を組み合わせて三角形の形が見えることがある。



だから、15° の三角比の値を覚えておくと三角比が解ける。

$\sin 15°=\dfrac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$　$\cos 15°=\dfrac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$

④ ２辺とどちらかの辺の対角が与えられている　$(b,c,\ C)\Rightarrow(a,\ A,\ B)$ ← 三角形は必ずしも決定はしていない



三角比の値から B が求められる ⇓ b と c の大小関係から B の値は２つ得られる場合もある。

正弦定理：$\sin B=\dfrac{b\sin C}{c}$ ⇒ 内角の和：$A=180°-B-C$ ⇒ 正弦定理：$a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}$

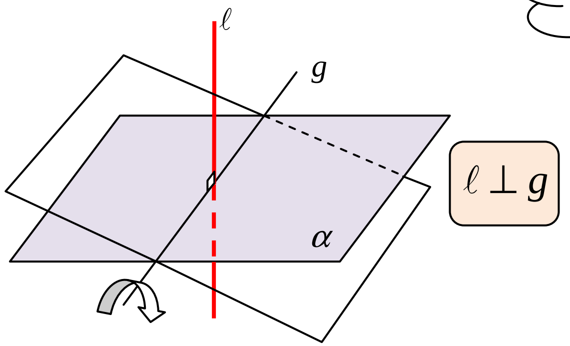
a の２次方程式を解く ⇓ a の値は２つ得られる場合もある。

第２余弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ ⇒ 正弦定理：$\sin A=\dfrac{a\sin C}{c}$ ⇒ 内角の和：$B=180°-C-A$

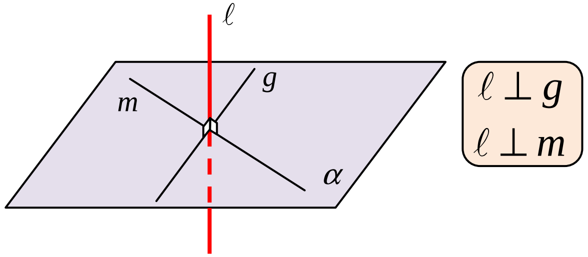
三垂線の立ち位置　三つの垂線があるとき、二つから残りの一つは求められるだろうか？

平面に垂直な直線(垂線)はどうやって引けばいいだろう?

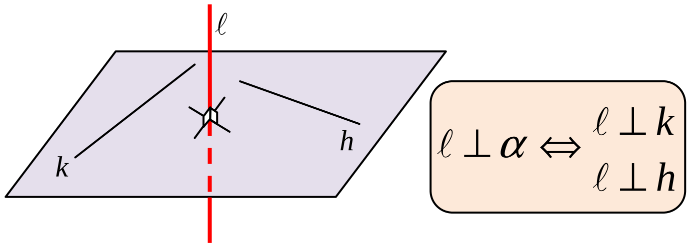
直線ℓに垂直な直線gを通る平面αは直線gを軸にしてクルクル回る



もう一つ直線ℓに垂直な平面α直線mを用意するとビシッと回転は止まる



平面αは、直線ℓと直線gの交点Aと、それぞれの直線上の点B,Cを通る三角形ABCで定まる。



直線ℓは平面上のどんな直線とも垂直になっている。

PQに垂直な、平面α上の直線を用意する!!

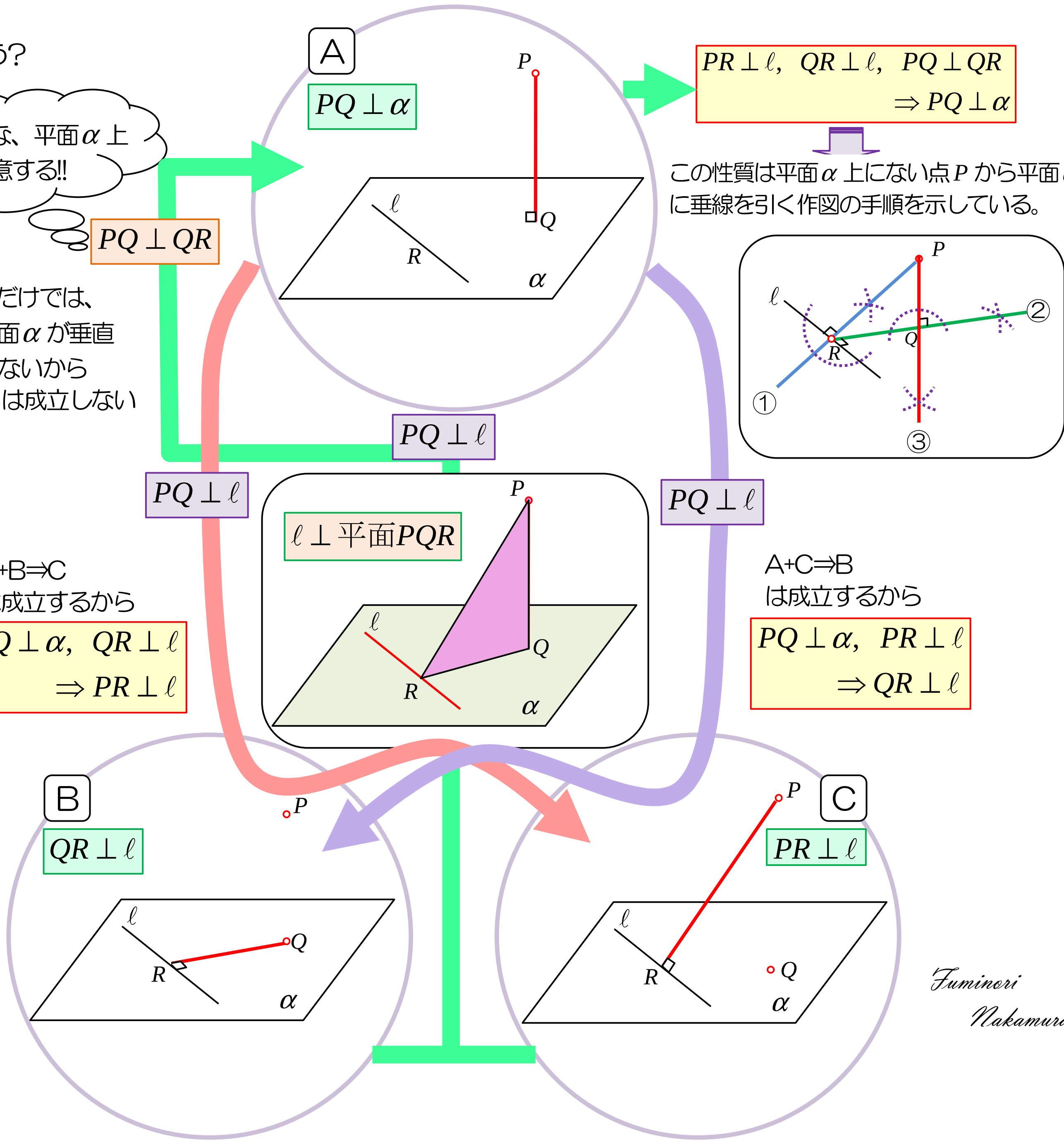
$PQ\perp\ell$だけでは、PQと平面αが垂直とはいえないから B+C⇒A は成立しない

A+B⇒C は成立するから

$PQ\perp\alpha$, $QR\perp\ell$ $\Rightarrow PR\perp\ell$

A+C⇒B は成立するから

$PQ\perp\alpha$, $PR\perp\ell$ $\Rightarrow QR\perp\ell$



$PR\perp\ell$, $QR\perp\ell$, $PQ\perp QR$ $\Rightarrow PQ\perp\alpha$

この性質は平面α上にない点Pから平面αに垂線を引く作図の手順を示している。

Fuminori Nakamura

整数の変換 ～整数の性質と変換を効率化する簡便法

最大公約数・最小公倍数

2数 a,b の最大公約数を G、最小公倍数を M とすると、

$a=Ga'$

$b=Gb'$

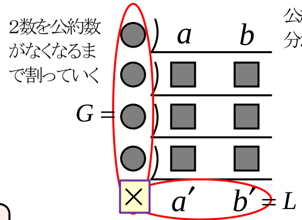
a' と b' は互いに素 $\Rightarrow (a',b')=1$

$L=a'b'G$

$ab=GL$（エビ汁、エビがある）

最大公約数G ⇒ (a,b) Greatest Common Measure

2数を公約数がなくなるまで割っていく



最小公倍数L ⇒ $[a,b]$ Least Common Multiple

3 数以上の最大公約数は、共通する公約数がなくなるまで割る。
最小公倍数は、2 数以上に公約数があれば続けて割る。
3 数 $60, 36, 54$ の場合は、

$G=2\times3=6$

$L=G\times2\times3\times5\times1\times3=540$

2	60	36	54
3	30	18	27
2	10	6	9
3	5	3	9
	5	1	3

ユークリッドの互除法

高速アルゴリズム

公約数が分かれば

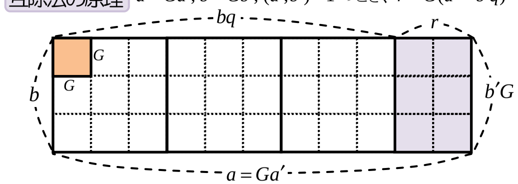
$a=3293, b=1517$ の最大公約数

公約数が分からなければ

$a=bq+r$ のとき、 $(a,b)=(b,r)$

エーッ、ビックリ!!

互除法の原理 $a=Ga', b=Gb', (a',b')=1$ のとき、 $r=G(a'-b'q)$



ユークリッドの互除法の簡便法

$\boxed{3293}=1517\times2+259$

$1517=259\times5+222$

$259=222\times1+37$

$222=37\times6+\boxed{0}$

2	3293	1517	5
	3034	1295	
1	259	222	6
	222	222	
	37	0	

不定方程式の特殊解

Euclid (B. C300 頃) は、古代ギリシアの数学者。彼の著した「原論」は聖書についでもっとも読まれた書物である。互除法は原論 7 巻に記載されている。

$31x+24y=1$ の特殊解

ユークリッドの互除法

$31=24\times1+7$

$24=7\times3+3$

$7=3\times2+1$

余りに関して解く

$7=31-24\times1$

$3=24-7\times3$

$1=7-3\times2$

$a=31, b=24$ とおく

$7=a-b\times1$

$3=b-7\times3$

$1=7-3\times2$

余り 1 の式に他の式を代入

$1=7-3\times2$

$=7-(b-7\times3)\times2$

$=7\times7-2b$

$=(a-b)\times7-2b$

$=7a-9b$

$(31,24)=1$ のこと。不定方程式の右辺が p のときは、求めた 2 数を p 倍する。

ユークリッドの互除法の簡便法を利用してみよう

シミュレート法

特殊解の簡便法

1	31	24	3
	24	21	
2	7	3	
	6		
	1		

$a=31$
$b=24$

同じ計算をする。

	a	b	
1	b	$3a-3b$	3
2	$a-b$	$-3a+4b$	
	$-6a+8b$		
	$7a-9b$		

	a	b
	1	0
1	0	1
3	1	−1
2	−3	4
	7	−9

P 進法 ⇒ 10 進法

整数部分

$12112_{(3)}$ を 10 進法で表してみよう。

各桁の整数部分を横一列に並べ、組立除法で計算すると、余りに対応する値が 10 進法で表された数。

3	1	2	1	1	2
		3	15	48	147
	1	5	16	49	149

$12112_{(3)}=1\times3^4+2\times3^3+1\times3^2+1\times3^1+2$

$=5\times3^3+1\times3^2+1\times3^1+2$

$=16\times3^2+1\times3^1+2$

$=49\times3+2$

$=149$

小数部分

$0.3402_{(5)}$ を 10 進法で表してみよう。

小数点以下の整数を横一列に並べ、組立除法で計算し、余りに対応する値を、小数点以下の桁数 4 を指数とし 5 を底とする 5^4 で割った数。

5	3	4	0	2
		15	95	475
	3	19	95	477

$\Rightarrow \dfrac{477}{5^4}=0.7632$

$0.3402_{(5)}$

$=3\times\left(\dfrac{1}{5}\right)+4\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^2+0\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^3+2\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^4$

$=\left(\dfrac{1}{5}\right)^4\times(3\times5^3+4\times5^2+0\times5^1+2)$

10 進法 ⇒ P 進法

整数部分

194 を 5 進法で表してみよう。
まず、194 を 5 で割った商と余りを求める。
次に、その商である数を 5 で割った商と余りを求める。
これを続けていくと、

5	194	
5	38	4
5	7	3
	1	2

余りの並びは、P 進法で表した数の桁の小さい順の並び

$194=5\times38+4$

$=5\times(5\times7+3)+4$

$=5^2\times7+5\times3+4$

$=5^2\times(5\times1+2)+5\times3+4$

$=1\times5^3+2\times5^2+3\times5^3+4$

$=1234_{(5)}$

小数部分

0.46875 を 4 進法で表してみよう。
まず、0.46875 に 4 を掛けて整数部分と小数部分に分ける。
次に、小数部分に 4 を掛けて整数部分と小数部部に分ける。
これを続けていくと、

0	46875
×	4
1	87500
×	4
3	50000
×	4
2	00000

整数部分の並びは、P 進法で表した数の小数第 1 位以下の並び

$0.46875=1.87500\times\dfrac{1}{4}$

$=\left(1+3.5\times\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{1}{4}$

$=1\times\dfrac{1}{4}+\left(3+2\times\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}$

$=1\times\dfrac{1}{4}+3\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^2+2\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^3$

$=0.132_{(4)}$

Fuminori Nakamura

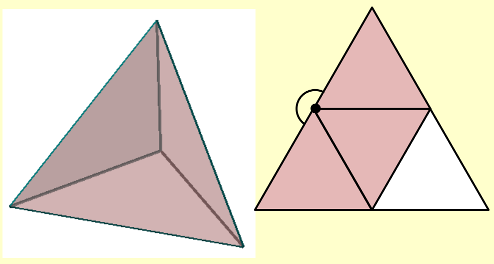
正多面体の一族

正十二面体と正二十面体のボール、当たると痛いのはどちらだ!!

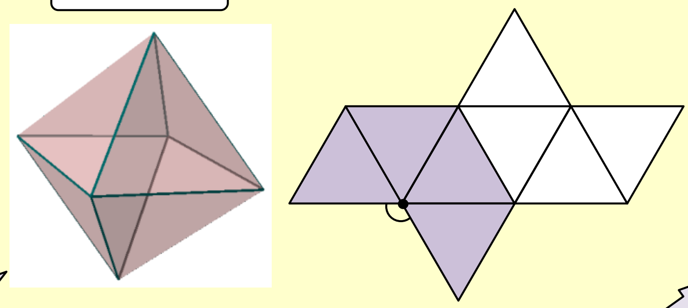
正三角形グループ

正多面体の一族の名前を「プラトンの立体」といいます。

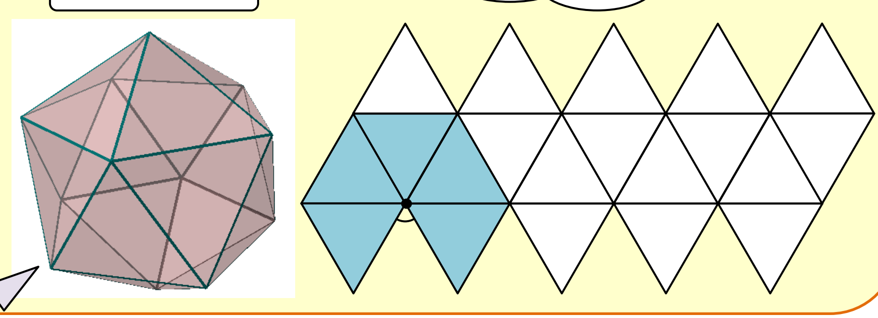
正四面体



正八面体

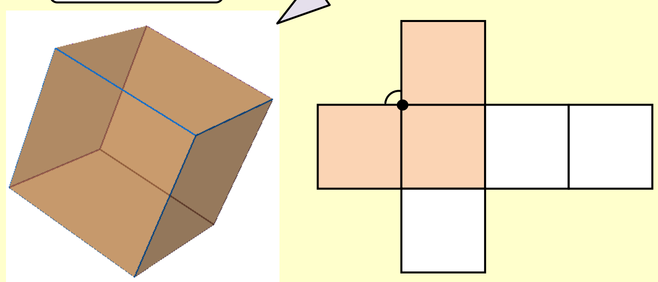


正二十面体



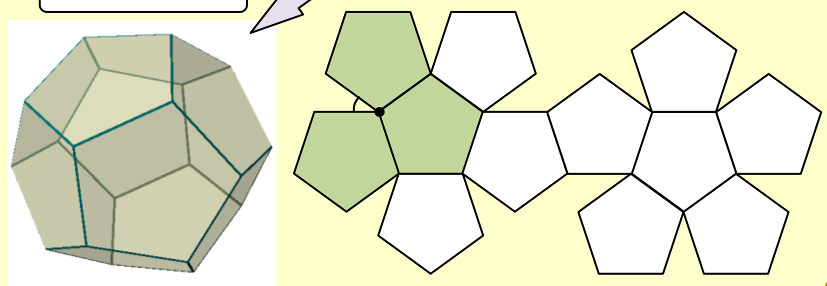
双対　六と八の字は似ている

正六面体

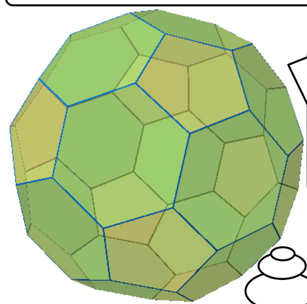


双対　十二と二十の字は入れ替えただけ

正十二面体



準正多面体…角切り二十面体



角切り二十面体は「アルキメデスの立体」といわれる 13 種類ある一族の1つです。

サッカーボール
正五角形 12 面、正六角形 20 面で作られている。
正二十面体の 12 個の頂点を切り取って作ることができる。

◆正多面体の面・辺・頂点・尖り度

正六面体と正八面体、正十二面体と正二十面体は、各面の中心を結ぶ操作で入れ替わる。この関係を双対という。

項目 / 多面体	面の形	頂点共有の面数	面数 (Face)	辺数 (Edge)	頂点数 (Vertex)	F-E+V	尖り度 (不足角)	尖り度の和
正四面体	正三角形	3	4	6	4	2	180°	720°
正六面体	正方形	3	6	12	8	2	90°	720°
正八面体	正三角形	4	8	12	6	2	120°	720°
正十二面体	正五角形	3	12	30	20	2	36°	720°
正二十面体	正三角形	5	20	30	12	2	60°	720°

■オイラーの定理
平面…F－E+V=1
空間…F－E+V=2

■デカルトの定理
平面…図形の外角の和は 360°
空間…図形の尖り度の和は 720°

Fuminori Nakamura

尖り度は、角度が大きいほど尖っていることを示す。
正十二面体の方が正二十面体より尖っていないので痛くない。
正二十面体はもっとも球に近い正多面体である。

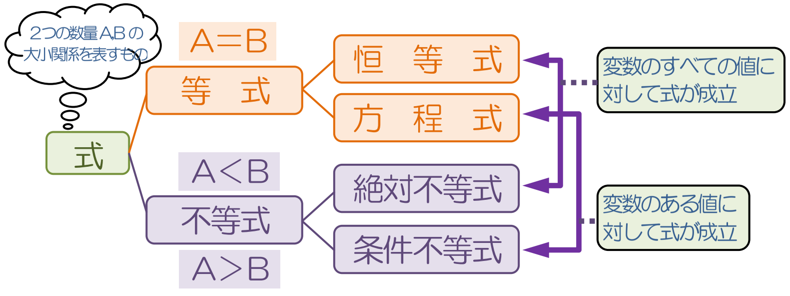
絶対不等式の系譜

～有名絶対不等式の変遷を眺めてみよう！！

Fuminori Nakamura

●式の分類

AとBの間には、A>B, A=B, A<Bのいずれかの大小関係が1つだけ成り立つ。



●不等式の不安

Q　3≧2は正しい？

正しい
2つの数量 A,B は、A=B, A>B,A<B のどれか1つだけが成立し、2つの式が同時に成立することはない。3≧2は3>2が成立し、3=2は不成立であることを表すから正しい。
同様に 3≧3 も正しい。

Q　A>B と A+C>B+C の両辺の重さの割合は同じ？

同じではない
3>2 の両辺に1を加えると、4>3 になるが、それぞれの両辺を4倍、3倍し比較すると、12>8, 12>9 となり、比率は異なる。天秤秤の釣り合いで考えて、重みを加えていくと、秤は水平に近づくが重さの大小関係は変わらない。

絶対不等式のつながり

㊂は等号成立の場合を表す

① $a^2 \geqq 0$　㊂ $a=0$

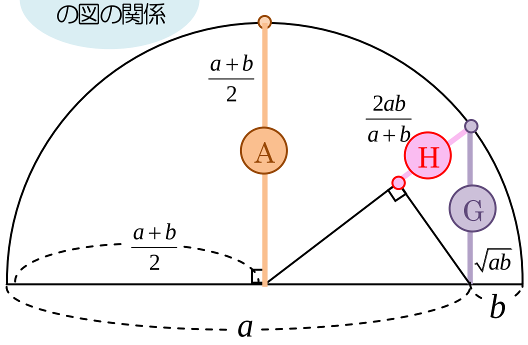
→ $a^2+b^2+c^2 \geqq 0$　㊂ $a=b=c=0$

② $a>0,\ b>0$ のとき $\dfrac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$　㊂ $a=b$

→ $a>0,\ b>0,\ c>0$ のとき $\dfrac{a+b+c}{3} \geqq \sqrt[3]{abc}$　㊂ $a=b=c$

↓ $\dfrac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab} \geqq \dfrac{2ab}{a+b}$　㊂ $a=b$

A≧G≧H の図の関係



$\dfrac{a+b}{2}$	… 相加平均 (Arithmetic Mean)	ある小テストの得点は、1回目6点で、2回目8点。得点の平均は、$\dfrac{6+8}{2}=7$ 点
$\sqrt{ab}$	… 相乗平均 (Geometric Mean)	ある部活の前年に対する加入増率は、2年目6%で3年目8%。加入増率の平均は、$\sqrt{6\times 8}=6.93$ %
$\dfrac{2ab}{a+b}$	… 調和平均 (Harmonic Mean)	ある区間の移動の速さは、往路6 km/h で復路8 km/h。速さの平均は、$\dfrac{2\times 6\times 8}{6+8}=6.86$ km/h

コーシーの不等式

③ $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geqq (ax+by)^2$　㊂ $a:b=x:y$

→ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geqq (ax+by+cz)^2$　㊂ $a:b:c=x:y:z$

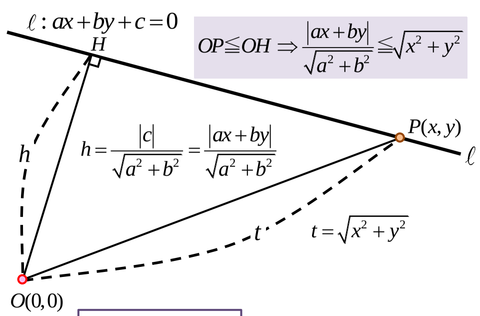
$x=b,\ y=c,\ z=a$ とおくと、

$a^2+b^2+c^2 \geqq ab+bc+ca$　㊂ $a=b=c$

$a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca$
$=\dfrac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$a^3+b^3+c^3 \geqq 3abc$　㊂ $a=b=c$

$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$



$OP \leqq OH \Rightarrow \dfrac{|ax+by|}{\sqrt{a^2+b^2}} \leqq \sqrt{x^2+y^2}$

$h=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|ax+by|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

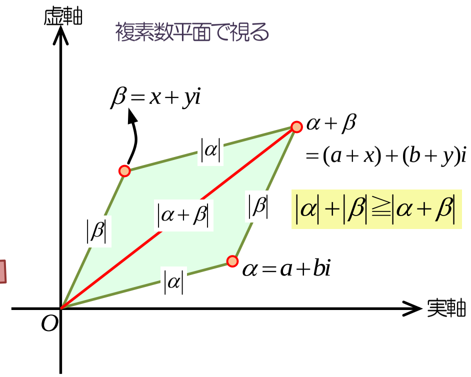
$t=\sqrt{x^2+y^2}$

三角不等式

④ $|x|+|y| \geqq |x+y|$　㊂ $xy \geqq 0$

→ $|x|+|y|+|z| \geqq |x+y+z|$　㊂ x, y, z は同符号

複素数平面で視る



$|\alpha|=\sqrt{a^2+b^2},\ |\beta|=\sqrt{x^2+y^2},\ |\alpha+\beta|=\sqrt{(a+x)^2+(b+y)^2}$

$|\alpha|+|\beta| \geqq |\alpha+\beta|$ に代入し、両辺を平方すると

$\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{x^2+y^2} \geqq (ax+by)$　さらに、両辺を平方すると……

複素数妖かしワールド ～夢と空想で広がる異次元世界への招待

Fuminori Nakamura

2次方程式　$x^2-2x+2=0$ の解は　$x=1\pm\sqrt{-1}$

でも、$\sqrt{-1}$ は実数の範囲では存在しない数。

2次方程式の解が重解も含めて必ず2つあるようにするため、新しい数を作ってみよう。

$\sqrt{-1}=i$ …虚数単位

$i^2=-1$

欠点(マイナス)を包み込んでこそ愛

$a>0$ のとき、$\sqrt{-a}=\sqrt{a}\times\sqrt{-1}=\sqrt{a}i$ …純虚数

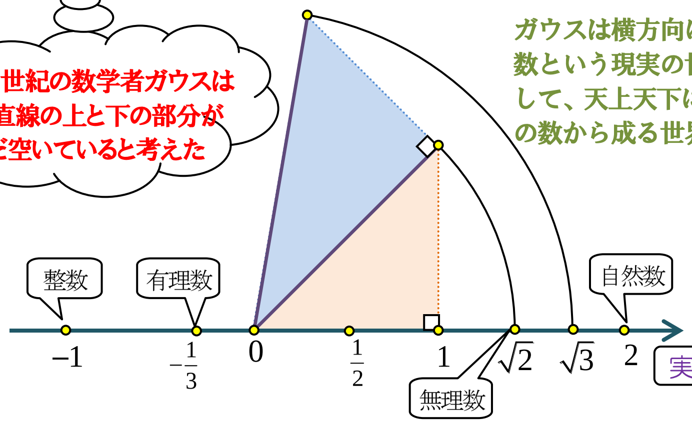
これから　$x^2-3x+4=0$ の解は

$$x=\frac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}i$$ …虚数

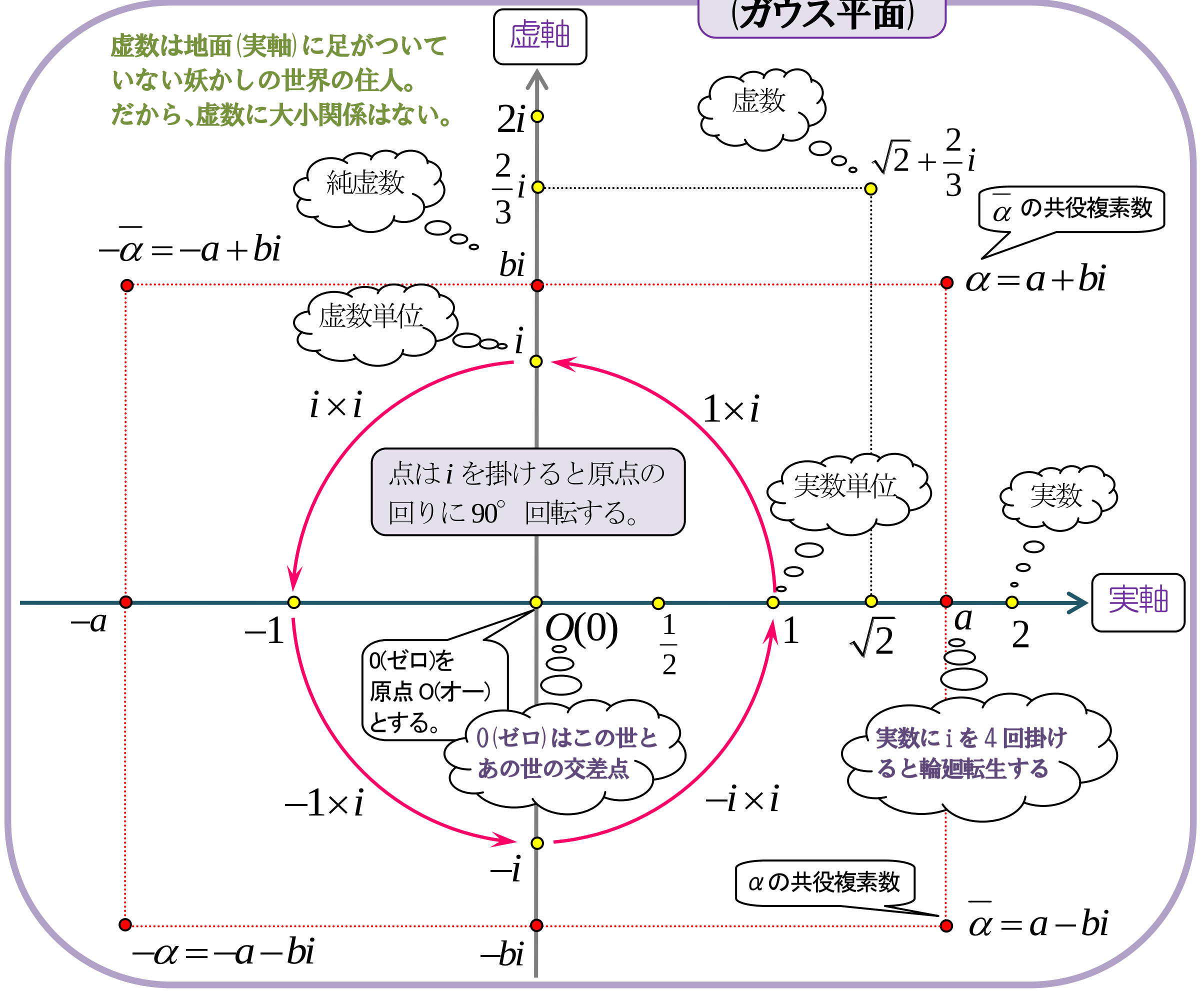
全ての実数は、点として数直線上に置くことができる！
では、虚数を表す点はどこにおけばいいだろうか？

19世紀の数学者ガウスは数直線の上と下の部分がまだ空いていると考えた

ガウスは横方向に伸びる実数という現実の世界を軸にして、天上天下に伸びる空想の数から成る世界を築いた。



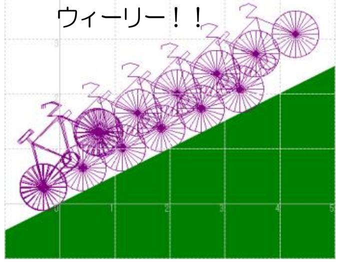
複素数平面(ガウス平面)



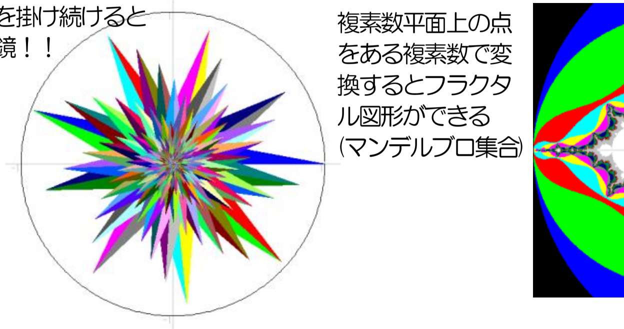
複素数平面上に置かれた図形は、虚数を足したり、掛けたりして、平行移動、回転移動させることができる。

(Complex Number) 複素数 $a+bi=$ (実部 a、虚部 b)	$a=0$	$b=0$	… 0（ゼロ）
		$b\neq 0$ (bi)	…純虚数
	$a\neq 0$	$b=0$ (a)	…実数
		$b\neq 0$	…虚数 (Imaginary Number)

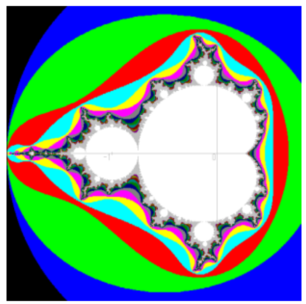
自転車に虚数を掛けてから足すとウィーリー！！



虚数を掛け続けると万華鏡！！



複素数平面上の点をある複素数で変換するとフラクタル図形ができる(マンデルブロ集合)



平面図形を測定する3つのアイテム

～平面図形の健康診断をしよう！

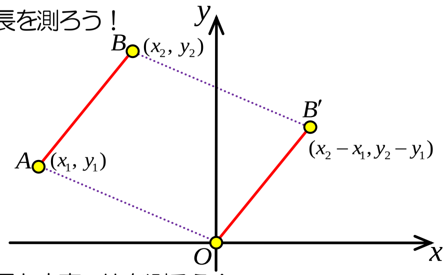
Fuminori Nakamura

平面図形の体は、３つのツールを用いて測定することができる。

Item① 線分の長さ …図形の身長を測ろう！

$$OA=\sqrt{x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}}$$

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



Item② 線分の分点 …図形の身長と座高の比を測ろう！

線分 AB を $m:n$ の比に分ける

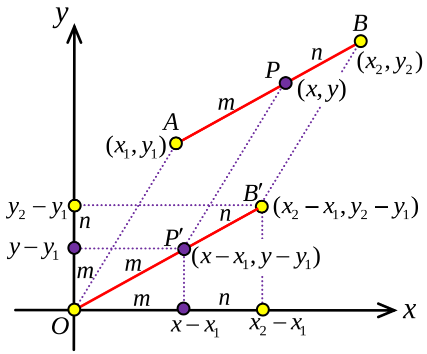
点 $P(x, y)$ は

$$x=\frac{nx_1+mx_2}{m+n} \qquad \begin{matrix} x_1 & & x_2 \\ m & & n \end{matrix}$$

$$y=\frac{ny_1+my_2}{m+n} \qquad \begin{matrix} y_1 & & y_2 \\ m & & n \end{matrix}$$

※　$m:n$ の比に外分

⇒ m,n の小さい方に -1 を掛ける



Item③ 点と直線の距離 …図形の高さを求めて体重(面積)を測ろう！

原点と直線 $y=mx+n$ (標準形) との距離

$m=\tan\theta, OA=|n|$ より $d^2=OH^2=(OA\cos\theta)^2$

ここで、$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より、 $\boxed{d^2=\dfrac{n^2}{1+m^2}}$

原点と直線 $ax+by+c=0$ (一般形) との距離

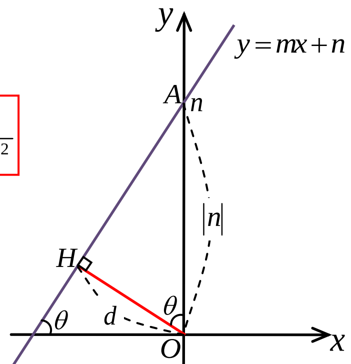
$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}\ (b\neq 0)$ より、 $\boxed{d^2=\dfrac{c^2}{a^2+b^2}}$

点 $A(x_1, y_1)$ と直線 $ax+by+c=0$ との距離

点 A と直線を、x 軸方向に $-x_1$、

y 軸方向に $-y_1$ 平行移動すると、

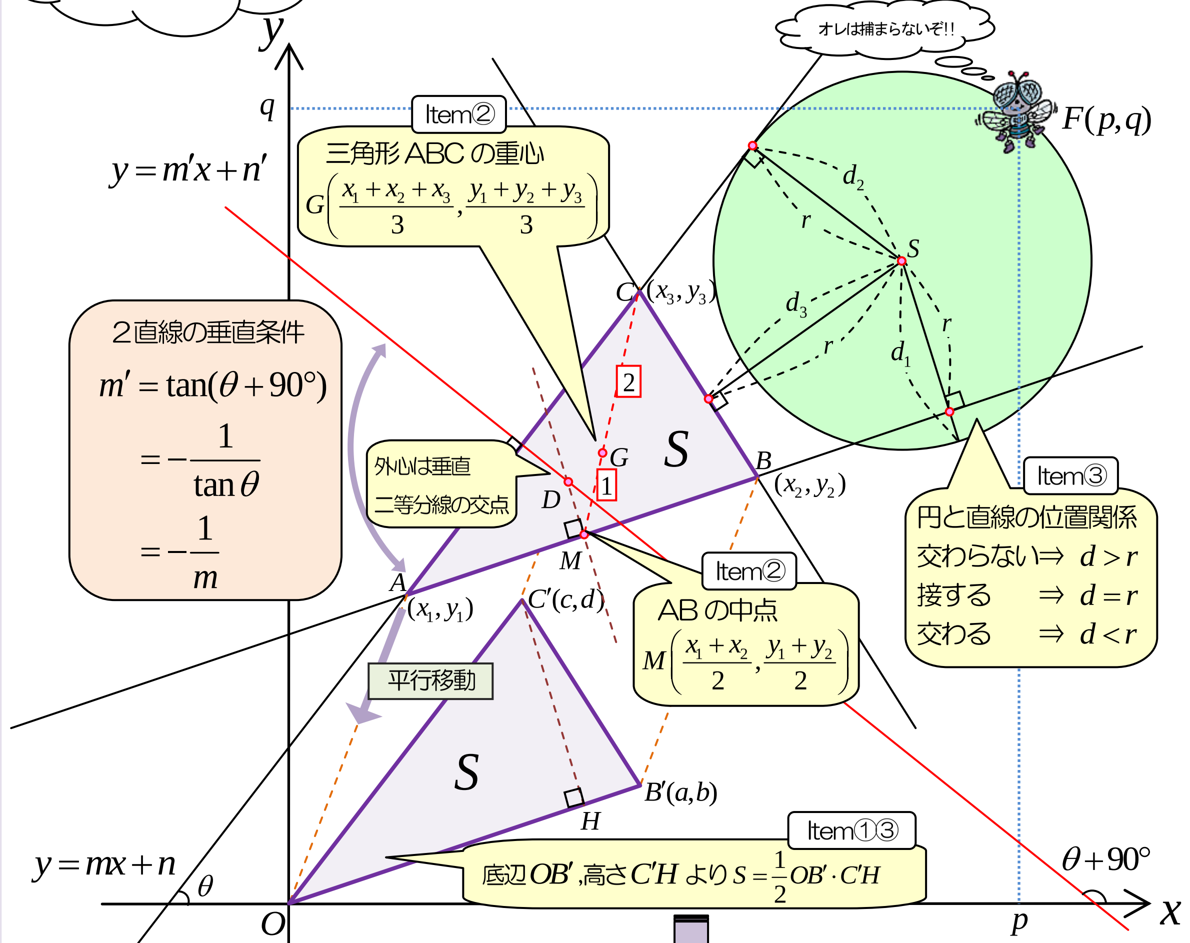
点 A は原点、直線は $ax+by+(ax_1+by_1+c)=0$



$$\boxed{d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

われ思う　ゆえに　座標あり

フランスの哲学者にして数学者であったデカルト(1596-1650)は、ベッドで寝ていたとき格子状の天井を飛び回るハエの位置を測定するために直交座標を考案したという逸話がある。座標の導入により、White Paper 上の図形は、マス目上に描かれることで、飛躍的に分析技術が高まっていく。



Item② 三角形 ABC の重心

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

２直線の垂直条件

$$m'=\tan(\theta+90°)$$

$$=-\frac{1}{\tan\theta}$$

$$=-\frac{1}{m}$$

外心は垂直二等分線の交点

Item② AB の中点

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Item③ 円と直線の位置関係

交わらない ⇒ $d>r$

接する　 ⇒ $d=r$

交わる　 ⇒ $d<r$

Item①③ 底辺 OB', 高さ $C'H$ より $S=\dfrac{1}{2}OB'\cdot C'H$

点 C' と直線 $bx-ay=0$ との

距離は $C'H=\dfrac{|ad-bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

底辺の長さ $OC'=\sqrt{a^2+b^2}$

三角形の面積公式

$$S=\Delta ABC=\Delta OB'C'=\frac{1}{2}|ad-bc|$$

$$\begin{matrix} (a, & & b) \\ (c, & & d) \end{matrix}$$