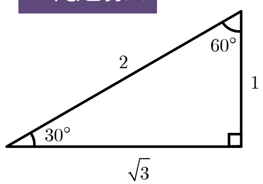
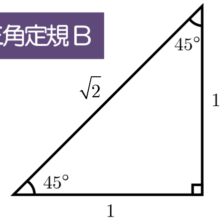
有名角・準有名角の三角比 ～ 三角定規を組み合せて遊んでみませんか

三角定規 A



三角定規 B



θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	☠

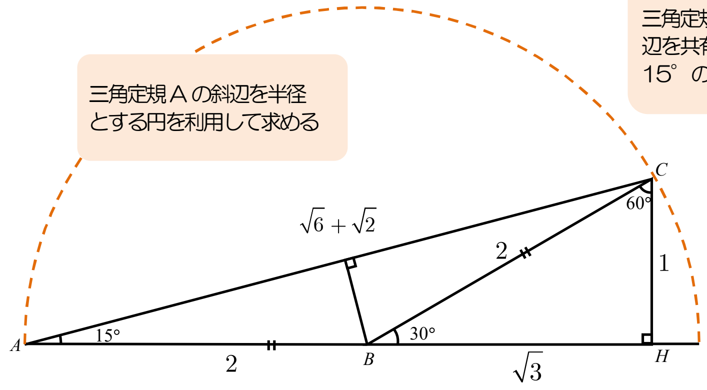
15° の三角比

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

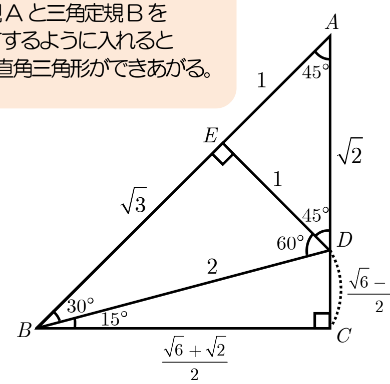
$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}$$

三角定規 A の斜辺を半径とする円を利用して求める



三角定規 B の中に，
三角定規 A と三角定規 B を
辺を共有するように入れると
15° の直角三角形ができあがる。



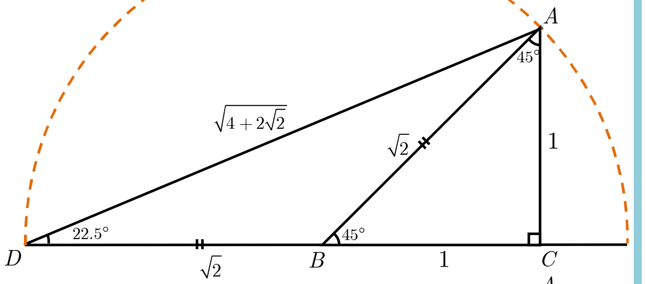
22.5° の三角比

$$\sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\tan 22.5^\circ = \sqrt{2}-1$$

三角定規 B の斜辺を半径とする円を利用して求める

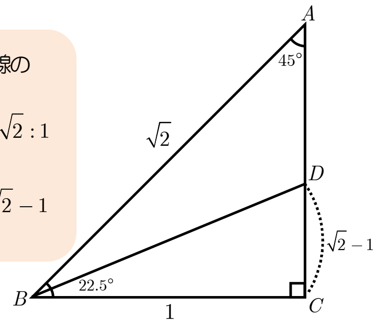


三角定規 B に角の二等分線の性質を用いる。

$AD : DC = BA : BC = \sqrt{2} : 1$

これから，

$CD = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \times AC = \sqrt{2}-1$



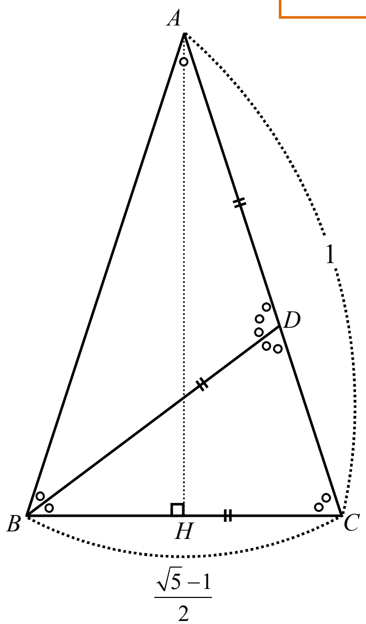
18° の三角比

$\theta = 36^\circ$ とする。
ΔABC は，$\angle A = \theta$
である二等辺三角形。
（θ は $\circ$ で表す）

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\cos 18^\circ = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

$$\tan 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$



右図で，$\Delta ABC \backsim \Delta BCD$

$AB = AC = 1$

$BC = x$ とおくと

$AD = BD = BC = x$

$CD = 1 - x$

ここで，

$AC : BC = BC : CD$ より，

$1 : x = x : (1-x)$

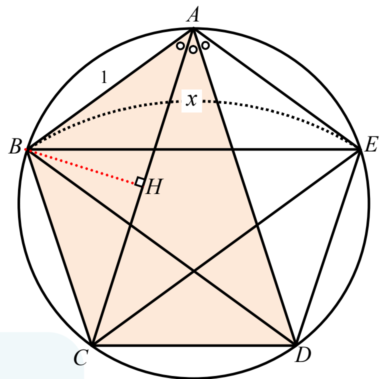
$\therefore\ x^2 + x - 1 = 0$

$x > 0$ より，$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

直角三角形 BAH において，

$\angle BAH = 18^\circ$ より，

$\sin 18^\circ = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$



ピュタゴラス学派のシンボルマークの
五芒星形(ペンタグランマ)の星の頂角
は 36° である。
左図で，正五角形の 1 辺の長さを 1，
対角線の長さを x として，
四角形 $ABCD$ にトレミーの定理を用いる

$AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

これから，$1 \cdot 1 + x \cdot 1 = x^2$

$x^2 - x - 1 = 0$ より，$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

この値を黄金数という。
直角三角形 BAH において，

$\cos 36^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

36° の三角比

$$\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$$

$$\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\tan 36^\circ = \sqrt{5-2\sqrt{5}}$$

右図から，
18°, 36°, 54°, 72°
の三角比が読み取れる。

Fuminori Nakamura