君はひょっとして，振り込め詐欺に引っ掛かっていないだろうか

市立札幌旭丘高校　中村文則

１から５０までの間の２桁の数をひとつ思い浮かべてください。 ただし、どの桁も奇数でかつ同じ数字ではないようにしてください。 例えば、１１なんていうのはだめですよ。 では、あなたが思い浮かべた数を右に書いてください。

これは，マジシャンが観客相手に披露する「心理応用トリック」といわれるものです。
問いかけのひとつひとつに心理を誘導する言葉が隠されています。

(1 行目) 1 から 50 の数から選ぶことで「ずいぶんたくさんある」という印象が植え付けられます。
そのあと，2 桁の数と制限されても「たくさんの数」という印象は消えないのです。

(2 行目) 「どの桁も奇数」から，考えられる数はずいぶん減ります。十の位の数は，1 と 3 しかありません。さらに一の位も奇数ですから，その場合の数は 10 通りであり，「同じ数字ではない」ことより，8 通りになります。

(3 行目) 例として 11 を提示することで，気持ちは 1 を避け 30 台の数へと動きます。
30 台の数は， 31，35，37，39 の 4 個です。しかし，9(苦)は 4(死)と同じように人気のない数です。また，1 と 5 の数字は 1 行目で 1 から 50 と言っているので深層心理では避けようと働きます(たいていの人はあまのじゃくで他人の言ったことを否定するものなのです)。何より，みんなラッキーセブンの 7 は好きな数なのです。
こうして絞り込まれた数が，あなたが書いた数なのです。

どうです。当たっていましたか？。

この心理誘導は，論理的な思考にも働きかけています。相手の問いかけを咀嚼，推論しながら自分で数の範囲を制限してしまうのです。心理的な誘導は，数学の講義でも用いることがあります。解答を一通り済ませてから，「実はね，途中で間違えてしまったのだけど，分かったかな」と問いかけます。すぐに手を挙げて答える生徒は，その場面で説明の誤りに気がついていたか，それともなんとなく変だと思っていたけど自信がなかった生徒でしょう。前者は数学ができる生徒であり，優越感を持つかもしれません。後者は，自分の考えが正しかったことに自信を持ち，数学が好きになるかもしれません。何も答えなかった生徒は，眠そうにしていた生徒も含め，「間違いがある」ことに興味を示し，先生の間違いを探そうと普段はしない解答の見直しをすることでしょう。もちろん，これを毎時間やってミスを連発していたら先生の権威は地に落ちてしまいますが。

このように人の思考を意図しない方向に向けさせ本当にしたいことの効果を高める手法をミスディレクション(Misdirection)といいます。あるマジシャンは指先を使うマジックの大半がミスディレクションであるといい，マジックの仕掛けやパフォーマンスには重要なのです。似たような手法として，ミスリード(mislead)があります。でもこちらは「誤った方向に導く」だけでその過ちは修正されません。場合によっては，相手はミスリードされたことに気づかず終わってしまうかもしれません。誤った認識を植え付ける行為は，思考操作から場合によっては思考攻撃となり，相手の精神を疲弊させ破壊します。

最近，よく報道されるオレオレ詐欺や振り込め詐欺は，そういったミスリードを始まりとして，相手を陥れ，やがて直接的な暴力に発展する場合もあります。たぶん詐欺グループはミスリードのあらゆるパターンを研究してフローチャートを作っているのでしょう。手を変え品を変えてのアプローチに翻弄されてしまうのです。詐欺グループのリーサルウェポンは心理作戦です。心理の対象となるのは家族の命やお金であり，大切なものや弱いものに付け込んできます。それらの感情は普段は大切に心の内に守られたものであり，だからぐっと握られると抵抗できなくなってしまうのです。感情を弄ぶ心理操作に感情で対処することはプロが相手では難しいことでしょう。だから感情に感情をぶつけるのではなく，感情は論理でかわし，諭して対抗すべきなのです。

お断りしておきますが，本稿では，振り込め詐欺の手口をもじって誤答から数学の理解を深めることを提示しているのではありません。振り込め詐欺を防ぐために，数学のロジックが役立つと真面目に考えているのです。次の 6 つの項目を読んでみてください。

① 理解しているから大丈夫という思い込みは捨てる
② 解いたことのない問題は安易に取り組まずじっくり考える。
③ よく出題される問題の解答パターンを理解しておく
④ 解いた問題の解法や情報(利用する公式など)をノートにまとめておく
⑤ 解いた問題の正解および解説は必ず確認し解き直しをする
⑥ 解答に疑問があるなら誰かにアドバイスを受ける

どの項目も学習する上で大切なことです。講義の最初の時間のガイダンスやオリエンテーションで「学び方」として説明することでしょう。今度は次の 6 項目を読んでください。

①「自分だけは大丈夫」という思い込みは捨てる
② 知らない番号からの電話はでない
③ 振り込め詐欺でよく使われる口実を理解しておく
④ 電話相手の情報を聞き出しメモする
⑤ 本人に確認する
⑥ 振り込む前に誰かに相談する

これらの項目は振り込め詐欺を防ぐための対策として公開されているものです。「数学の学び方」の項目をもう一度みて，項目の番号を比較してください。同じ内容のことをいっていると思いませんか。

よく「数学を勉強して何の役に立つの？」という質問を耳にします。どんな学問であれ専門職として研究するのでなければ役立つかどうかは分からないものです。学問を道具としてだけみるから必要ないという考えになるのではないでしょうか。もし「数学を勉強して何に活かせるの？」という質問であれば，不確実で不条理に満ちている社会や生活を生きる力を養うこと，と答えるでしょう。数学の場合は，生きる力は，思考力，判断力，表現力をブレンドし論理の力になります。それは経験や体験により培われるものであり，論理のエッセンスを詰め込んだいろいろな数学の問題と対峙し解決することで実現できると思うのです。そこでここでは間違った解法に振り込んでしまいそうな 10 の問題を用意しました。上述した 6 項目を参考にして活きる力を験してみてください。災難を未然に防ぐために。

君は振り込め詐欺に引っ掛かっていないか？　（解答のふりして，振り込められていないか）

❖問題篇

《ふり 1》

> 関数　$y=\dfrac{2x-3}{x-1}$　（$x>2$）の値域を求めよ。

【解答】$y=\dfrac{2(x-1)-1}{x-1}=2-\dfrac{1}{x-1}$ である。これから，$x>2$ より　$x-1>1$　…①

①の両辺を $(x-1)$ で割る　$\dfrac{1}{x-1}<1$　…②　②の両辺に (-1) を掛ける　$-\dfrac{1}{x-1}>-1$　…③

③の両辺に 2 を加える　$2-\dfrac{1}{x-1}>1$　　以上より　$y>1$　答

《ふり 2》

> 2 次方程式　$4x^2-2mx+3m-5=0$　の 2 つの実数解を α，β とする。
> このとき，$\alpha^2+\beta^2$ の最小値を求めよ。ただし，m は実数とする。

【解答】2 次方程式の解と係数の関係より，

$$\alpha+\beta=\frac{m}{2},\quad \alpha\beta=\frac{3m-5}{4}$$

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\frac{m^2}{4}-\frac{3}{2}m+\frac{5}{2}=\frac{1}{4}\left(m-3\right)^2+\frac{1}{4}$$

以上より，最小値は $m=3$ のとき，$\alpha^2+\beta^2=\dfrac{1}{4}$　答

《ふり 3》

> $\vec{a}=(2,-1)$，$\vec{b}=(x,-3)$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 45° のとき，実数 x の値を求めよ。

【解答】$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{5}$，$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{x^2+9}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=(2,-1)\cdot(x,-3)=2x+3$

内積の定義より，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos 45^\circ$　であるから，$2x+3=\sqrt{5}\times\sqrt{x^2+9}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

両辺を平方して，　$2(2x+3)^2=5(x^2+9)$　　式を整理して，$x^2+8x-9=0$

因数分解すると，　$(x+9)(x-1)=0$　　以上より　$x=-9,1$　答

《ふり 4》

> x の 2 次不等式　$(2x-2a-1)(3x-5a-4)<0$　を満たす整数 x は 2 個である。
> 正の整数 a の値を求めよ。

【解答】$\dfrac{5a+4}{3}-\dfrac{2a+1}{2}=\dfrac{4a+5}{6}>0$（$\because$ a は正の整数）　…①

よって，不等式の解は，　$\dfrac{2a+1}{2}<x<\dfrac{5a+4}{3}$

不等式の範囲の中に整数値は 2 個あるので，①より，

$2<\dfrac{4a+5}{6}\leqq 3$　　これを解いて　$\dfrac{7}{4}<a\leqq\dfrac{13}{4}$

a は正の整数より，$a=2,3$　　以上より　$a=2,3$　答

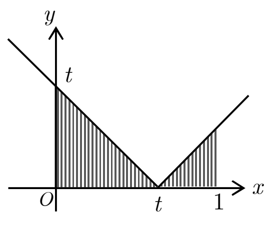
《ふり 5》

> $f(t)=\displaystyle\int_0^1\left|x-t\right|dx$　とする。次のそれぞれを求めよ。
>
> (1)　$0\leqq t\leqq 1$ のとき，関数 $f(x)$　　(2)　$I=\displaystyle\int_0^1 f(x+1)dx$ のとき，I の値

【解答】(1)　$0\leqq t\leqq 1$ であることより，

$$f(t)=\int_0^t(-x+t)\,dt+\int_t^1(x-t)\,dt$$

$$=\left[-\frac{1}{2}x^2+tx\right]_0^t+\left[\frac{1}{2}x^2-tx\right]_t^1=\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}(1-t)^2$$



以上より，$f(t)=t^2-t+\dfrac{1}{2}$　答

(2)　$t=x+1$ とすると　$f(t)=f(x+1)=(x+1)^2-(x+1)+\dfrac{1}{2}=x^2+x+\dfrac{1}{2}$

$$I=\int_0^1\left(x^2+x+\frac{1}{2}\right)dx=\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x\right]_0^1=\frac{4}{3}$$

以上より，$I=\dfrac{4}{3}$　答

《ふり 6》

方程式 $\pi^x+\pi^{-x}=2\cos x$ を解け。
なお，π は円周率であり，x は弧度法の角度とする。

【解答】 π^x と π^{-x} は正数であるから，相加平均と相乗平均の関係より，

$$\pi^x+\pi^{-x} \geqq 2\sqrt{\pi^x \times \pi^{-x}}=2$$

よって，　$2\cos x=\pi^x+\pi^{-x} \geqq 2$　　これより，$\cos x \geqq 1$

ここで，$-1 \leqq \cos x \leqq 1$ であるから，$\cos x=1$　　　　以上より，$x=2n\pi$ （n は整数） 答

《ふり 7》

$y=a\sin x+\cos x \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{2}{3}\pi\right)$ であるとき，y のとり得る値の範囲を求めよ。ただし，$a \geqq 0$ とする。

【解答】 $y=\sqrt{a^2+1}\sin\left(x+\theta\right)$　　ただし，$\cos\theta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}$，$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}$

ここで，$a \geqq 0$ であるから，$\cos\theta \geqq 0$，$\sin\theta>0$　よって，$0<\theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ としてよい。

$0 \leqq x \leqq \dfrac{2}{3}\pi$　より，　$0 \leqq x+\theta \leqq \dfrac{7}{6}\pi$　　よって，　$-\dfrac{1}{2} \leqq \sin(x+\theta) \leqq 1$

以上より，　$-\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{2} \leqq y \leqq \sqrt{a^2+1}$　　答

《ふり 8》

$0 \leqq x \leqq 2$ を満たすすべての x に対して，不等式 $2x^2-(2a+3)x+(a+6) \geqq 0$ が成り立つように，実数 a の値の範囲を求めよ。

【解答】 $2x^2-3x+6 \geqq 2ax-a$　　　これから，$f(x)=2x^2-3x+6$，$g(x)=2ax-a$　とすると

$f(x) \geqq g(x)$ （$0 \leqq x \leqq 2$ ）である。$y=g(x)$ は，定点 $A\left(\dfrac{1}{2},0\right)$ を通る直線より，

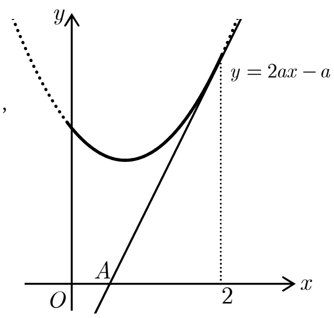
直線 $y=g(x)$ が 2 次関数 $f(x)=2\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{39}{8}$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ に接するとき，

$g(x)$ の傾きは，接線の傾き以下になればよい。

2 次方程式 $2x^2-(2a+3)x+(a+6)=0$ の判別式を D とすると，

$D=(2a+3)^2-8(a+6)=4a^2+4a-39$

$D=0$　より，$a=\dfrac{-2\pm\sqrt{160}}{4}=\dfrac{-1\pm 2\sqrt{10}}{2}$



右図で，2 次関数 $y=f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 2$ の範囲で考える。　　　以上より，$a \leqq \dfrac{-1+2\sqrt{10}}{2}$　　答

《ふり 9》

赤球 4 個と白球 3 個をテーブルの上に一列に並べるとき，両端は赤球である確率を求めよ。

【解答】全体の並べ方は，同じものを含む順列より，

$$\frac{7!}{4!\times 3!}=\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\times 3!}=35$$

両端の 2 個の赤球を除いた残り 5 箇所に赤球 2 個と白球 3 個を並べる場合の数は，

$$\frac{5!}{2!\times 3!}=\frac{5\cdot 4\cdot 3!}{2\times 3!}=10$$

よって確率は，$\dfrac{10}{35}=\dfrac{2}{7}$　　　　以上より　$\dfrac{2}{7}$　答

《ふり 10》

次の連立漸化式において，$a_{n+1}+\alpha b_{n+1}=r(a_n+\alpha b_n)$ が成り立つとき，α，r の値を求めよ。

$$a_1=b_1=1 \qquad \begin{cases} a_{n+1}=2a_n+b_n & \cdots① \\ b_{n+1}=-a_n+4b_n & \cdots② \end{cases}$$

【解答】①＋α ×②より，　$a_{n+1}+\alpha b_{n+1}=(2-\alpha)a_n+(1+4\alpha)b_n$　$\cdots③$

数列 $\{a_n+\alpha b_n\}$ が，等比数列になるには，$1:\alpha=(2-\alpha):(1+4\alpha)$　であればよい。

式を整理して，　$\alpha^2+2\alpha+1=0$　　$\therefore\ \alpha=-1$

③に代入して，　$a_{n+1}-b_{n+1}=3a_n-3b_n=3(a_n-b_n)$

以上より，　$\alpha=-1$，$r=3$　答