円関数による三角関数の還元公式 ～円周上の点の移動から角の動きを眺めよう

Fuminori Nakamura

三角関数の還元公式

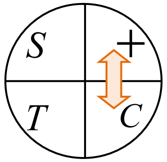
$\pi \pm \theta$, $\dfrac{\pi}{2} \pm \theta$ で表される三角関数を θ の三角関数に変換する公式

① 角度を単位円周上の動点で表し，点の対称移動を考える。
② 任意の角度 θ で成立するので θ を鋭角として公式を作る。

「x 軸」対称移動 … $\theta \Leftrightarrow 2\pi \pm \theta$（負角）

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \quad \tan(-\theta) = -\tan\theta$$

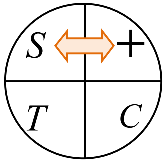


余弦の符号は不変

「y 軸」対称移動 … $\theta \Leftrightarrow \pi - \theta$（補角）

$$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta \quad \tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$$

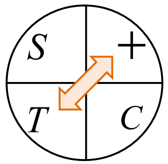


正弦の符号は不変

「原点」対称移動 … $\theta \Leftrightarrow \pm\pi + \theta$

$$\tan(\pi + \theta) = \tan\theta$$

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta \quad \cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$$

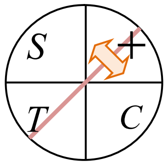


正接の符号は不変

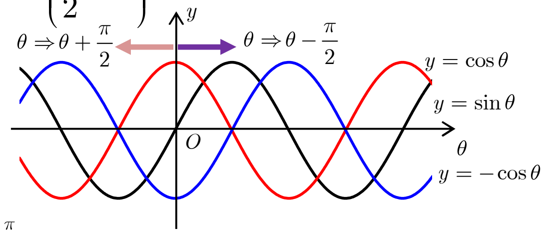
「直線 $y = x$」対称移動 … $\theta \Leftrightarrow \dfrac{\pi}{2} - \theta$（余角）

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan\theta}$$



三角関数の符号は不変



園田式簡便法

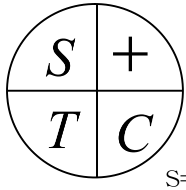
$$\sin\theta \xrightarrow{\pm\frac{\pi}{2}} \cos \xrightarrow{\pm\frac{\pi}{2}} \sin \xrightarrow{\pm\frac{\pi}{2}} \cos$$

（$\sin\theta \xrightarrow{\pm\pi} \sin$，$\sin\theta \xrightarrow{\pm\frac{3}{2}\pi} \cos$）

移動前の正弦・余弦の角度を
第 1 象限とするときの
移動後の象限の符号を考える。

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = -\cos\theta$$

正弦(sin)⇒余弦(cos)
正弦の第 4 象限の符号



$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \qquad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

⇨

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} \qquad \tan\theta \cdot \cos\theta = \sin\theta$$

S⇒T⇒C の順番を覚える語呂合わせを作ろう!!

スッテンコロリン，スタッカート
サンタはとうとう来なかった