3の発想をしてみませんか

～　数学の思考力をたかめるために　～

次の問いに答えてください。

2億円は50億円の何%か

どうです，みなさん，自信をもって答えられましたか。25%と自信をもって答えてしまった人はいませんか。

この問題は次の本の中で取り上げられています。

「%が分からない大学生 日本の数学教育の致命的欠陥」(光文社文庫)

著者は桜美林大学の芳澤光雄教授。市民数学などを提唱し，数学の敷居の高さを下げようと取り組んでいる先生です(曾祖父は元内閣総理大臣の犬養毅)。

タイトルの「日本教育数学の致命的欠陥」というフレーズは強烈です。でもこのことは以前からずいぶん指摘されていたことです。20年ほど前には「分数ができない大学生」(岡部恒治他著)が話題になり，トレンドワードになったことがあります。分数ができないから割合が分からなくなり，やがて大学生になり経済学が理解できなくなる。埼玉大学の経済学部の教授であった岡部先生(現在は名誉教授)は日本の将来を憂いて警鐘を込めて執筆しました。その後，幾度となく日本の数学の危機的状況が指摘されましたが，いまだ改善には至っていません。

2019年, 経済協力開発機構(OECD)が世界79ケ国の地域の15歳を対象に実施した国際学習到達度調査(PISA)の成績分析が公表されました(2018年実施)。日本の成績は,「読解力」15位(8位),「数学的応用力」6位(5位),「科学的応用力」5位(2位)と前回実施(3年前)の括弧内の順位を大きく下げています。

ちなみに1位は3分野とも中国，2位はシンガポール，3位はマカオ。アジアの国が上位を占め，かっては日本もその中にあり，数学力の高さが自慢だったのに今は見る影もない状況なのです。

そんな背景もあってか，2021年度入試から大学入学共通テストが始まりました。読解力低下の歯止めとして導入が検討された「記述問題」は種々の問題が指摘されて頓挫しましたが，その方針は形を変えて組み込まれました。問題内容は世界のスタンダードレベルを要求し，答えのみを推測する空欄補充問題に慣れてしまった受験生にとってハードルは少し高くなったかもしれません。でもそのハードルをクリアしなければグローバル社会では生き残れないのも事実なのです。

芳沢光雄先生の言葉に「『3』の発想」というのがあります。白黒とか善悪などの2値で物事を判断してきたことが，結果だけを求めた日本人の思考法の欠陥といいます。

次の計算をしてみてください。

$$6\div 2(1+2)$$

答えは1になりましたか？。6÷2×(1+2)=3×3=9 と計算してしまった人はいませんか。

この計算を文字式で表すと，$a\div bc=a\div(bc)=\dfrac{a}{bc}$ 。$a=6$，$b=2(1+2)$ なのです。

四則演算の優先順位は理解していても，さらに優先順位の高いカッコ()は気にも留めない傾向があります。もっと簡単な例では6÷3はできても，6÷3÷2を間違えたことはありませんか。

もう一回割るとどうなるだろう，括弧をつけたらどうなるだろう，頭の中で計算をするときには，そういったプラスαの思考が働かなければならず，計算規則だけで処理するなら電卓と変わりはありません。

そのプラスαが,「3の発想」であり，いま求められる「思考・表現・判断」の理解のコアにあるものです。

だからといって難しく考えることはありません。「なぜそうなるの」，この One-Step の思考を Input と Output の間に挟めばいいのです。数学では，三段論法，ドミノ倒し(数学的帰納法)など多くの分野に「3の発想」が用いられています。みなさんも「3の発想」をいまのこの時期だからこそ大切に育ててください。

「3の発想」の芽を育てるために肥料となる問題を次に提供しましょう。

【問題１】

電子レンジでピザまんを温めるのに，500W では３分，1500W では１分かかる。
では，1000W では何分かかるか。

【問題２】

あるデパートのエレベーターは，１階から４階まで上がるのに 12 秒かかる。
このエレベーターで１階から 10 階まで上がるのに何秒かかるか。

【問題３】

４時の時報を聞き終わるのに６ 秒かかる。
では、時報を聞いて６ 時と分かるには何秒必要か。

【問題４】

ある製品は，令和２年では令和１年より 10%値上げし，令和３年では令和２年より 20%値上げする。では，令和３年は令和１年より何%値上げしているか。

【問題５】

自動車で，札幌と小樽の間を行きは時速 45km，帰りは時速 55km で往復した。
往復の平均速度を求めよ。

【問題６】

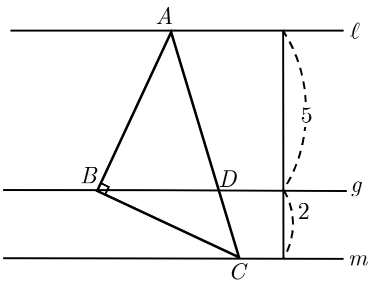
グループの中で少なくとも１組星座が同じ人がいる確率が$\dfrac{1}{2}$を超えるには，
グループの人数は最低何人いればいいだろうか。

【問題７】

１枚だけページが破れた本がある。その本のページ番号を合計すると，2200 になる。
破れたページは何ページか。

【問題８】

右図のように，直角二等辺三角形 ABC の３つの頂点 A，B，C は，平行な３つの直線ℓ， g， m の上にそれぞれある。また，点 D は，直線g と辺 AB の交点である。いま，直線ℓ と直線g の距離が 5，直線g と直線m の距離が２であるとき，線分 BD の長さを求めよ。



【問題９】

男 A,B,C の３人と、女 W の１人が、２人乗りのボートを借りて向島に渡ることにした。ボートを操縦できるのは A だけである。A は W に想いを寄せているので、W を B や C とは絶対に２人にしたくない。A はどのような順番で３人を運べばいいだろうか。

【問題10】

10 円硬貨が２枚ある。一方の硬貨の周りに沿ってもう一方の硬貨を滑ることなく転がし，
一周させると，その硬貨は何回転するか。

◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■　解 答　◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■◇❖□■

【問題１】　　…(答) 1 分 30 秒

500W⇒3 分　1000W⇒?分　1500W⇒1 分

ワット数が 500W だけ増えていくから，時間は同じ割合で減っていくだろうと憶測して２分と答えた人はいないでしょうか。なんとなく数字の関係だけからおよそ論理的でない値を求めていることになります。

論理的に判断・応用するには用語の意味を知らなければできません。例えば，食塩水の濃度の計算は「濃度」の意味が分からなければ求めることはできないのです。

電力(W)に対して，電力量(J)は，電力×時間(秒)で与えられるから，1 個のピザまんを 500W で 3 分温めると，500×3×60=1500×60(J)となります。これは，1500W で 1 分温めた場合と一致していることを確認しましょう。したがって，1000W で温めるのに要する時間を t(分)とすると，$1000\times 60t=1500\times 60$　より，$t=1.5$　すなわち，1 分 30 秒となります。

なお，$J=Wt$ という関係式から，時間と電力は反比例していると考えれば直感で答えは求められます。

【問題２】　　…(答) 36 秒

エレベーターが通過するのは，階と階の間の空間です。1 階から 2 階は 1 つ，1 階から 3 階は 2 つの空間です。したがって，1 階から 4 階までは 3 つの空間で，要する時間は 12 秒ですから，1 つの階に上がるためには

12÷3=4 より 4 秒かかります。これから，1 階から 10 階の間の 9 つの空間を横切るには，

9×4=36(秒)

となります。このようなものとものの間の部分を計算する方法を「植木算」といいます。

江戸時代の和算では，庶民は寺子屋でこのような数学を学んでいました。例えば，

10 本の木が等間隔に植えられていて，端から端まで 100mあるとき，

木と木の間は何メートルあるか(木の直径は無視しましょう)。

問題の答えは，もちろん 9m になります。

この問題は，高校数学では数列の一般項を得るときに扱われます。

$$a_n=a_1+(n-1)d \qquad a_n=a_1r^{n-1} \qquad a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}a_k$$

どの一般項にも $(n-1)$ がでてきますが，これは，a_1 と a_n の間には $(n-1)$ 個の間隔があるという意味なのです。そう考えれば，３の発想として，次の式が理解できます。

$$a_n=a_m+(n-m)d \qquad (n\geqq m)$$

【問題３】　　…(答) 12 秒と少し

問題 2 と同様に植木算の問題です。4 時の時報を聞き終わるには，ポーン…ボーン…ボーン…ボーン…の個数は 3 個ですから，1 個の…は，6÷3=2(秒)となります。

したがって，6 時では，5×2=10 秒

ただ，これでは問題 4 と同じになります。この問題は実は「正確に問題文を読み込んでいるか」ということを聞いています。4 時の時報と同じように「6 時の時報を聞き終わる」のであれば正解ですが，「6 時と分かるには何秒必要」という要求です。すなわち，6 時の時報を聞き終わった後に「ボーン」がなるかどうかの確認をしなければなりません。結局，

12 秒と少し

という数学らしからぬ解答になります。実は，もっというと，この解答には，「ボーン」が 1 回なるための時間が計測されていません。厳密にはそれも考える必要はあり，そこまでプラス α を考え，そして問題内容の要求から「除外する」ということも，大学入試ではよく験されることです。

【問題４】　…(答) 32%

誤答として多いのは 10+20=30(%)，という値でしょうか。

これは「%が分からない大学生」でも取り上げられている問題です。例えば消費税が 8%から 10%になったら，2%上がったと思っている人はいないでしょうか。誤答はその考え方によるものです。税率は原価に対して計算するものですから，もともとの値段が p 円であるとき，8%の消費税では，1.08p の価格になります。10%では 1.1p になるので，1.08p から 1.1p の増加率は，

$$\frac{1.1p}{1.08p}\times 100 = 1.019$$

したがって，0.02%の増加ということになります。同じように考えると，元の値段を p 円とすると，
令和２年度の価格は，1.1p(円)，令和３年は，1.1p×1.2=1.32p
よって，最初の p 円に対して，1.32p 円になるので，32%の値上げということになります。

【問題５】　…(答) 49.5km/h

よく公務員試験で出題される問題です。

$$\frac{45+55}{2}=\frac{100}{2}=50$$

としてしまうと，これは「速度の平均」を表します。でも聞いているのは「往復の平均速度」です。この違いが分かりますか。芳沢先生は，速さ，時間，距離の関係を「はじき」，「木下はじめ」といった語呂合わせで安直に覚えてしまうことを問題視しています。時間量(x)に対する移動量(y)の割合は，数学では関数やベクトルの問題で扱われる非常に大事な概念です。速度を求めるためには，

$$(速度)=\frac{(距離)}{(時間)}$$

を用いて計算することになります。札幌と小樽の間の距離をhとしましょう。

行きに要した時間をt_1とすると，$t_1=\dfrac{h}{45}$ となります。帰りに要した時間をt_2とすると，

$t_2=\dfrac{h}{55}$。これから，往復の距離$2h$に対して，要した時間はt_1+t_2より，平均速度は，

$$\frac{2h}{t_1+t_2}=\frac{2h}{\dfrac{h}{45}+\dfrac{h}{55}}=\frac{2\times 45\times 55}{45+55}=49.5$$

となります。なお，行きと帰りの平均速度をそれぞれa ,bとして同じように計算すると，

$$\frac{2h}{\dfrac{h}{a}+\dfrac{h}{b}}=\frac{2ab}{a+b}$$

このように得られるa ,bの平均をaとbの調和平均といいます。これに対してみなさんがよく考える平均，例えば２回の試験の得点がそれぞれa ,bのときの平均$\dfrac{a+b}{2}$は，aとbの相加平均といいます。

また，「部活のある年の加入増加率がa% で，次の年の加入増加率がb% のときの平均増加率」
を求める場合，もとの部員数xに対して，２年後は，

$$(ax)\times b = abx$$

の増加になるので，平均増加率をpとすると，

$$(px)\times p = p^2x = abx$$

これから，$p=\sqrt{ab}$ となります。この平均をaとbの相乗平均といいます。

平均はこれ以外にもいろいろな考え方があります。

「平均は足して２で割る」だけではないと考える「3 の発想」を養ってください。

【問題６】　　…(答) 5 人

グループの人数をn人としましょう。「少なくとも」という言葉で「余事象」を考えると反応できればいいですが(ある意味これは 2 の発想ですが)。

そこで，1 組も星座が同じ人がいない確率pを求めましょう。12 人を並べて最初と 2 番目の人の星座が違う，その 2 人と 3 番目の人の星座が違う…，これを続けていきます。

$$p=1\times\frac{11}{12}\times\frac{10}{12}\times\frac{9}{12}\times\cdots$$

このとき，n 人目まですべて星座が違う確率は,

$$p=\frac{12}{12}\times\frac{11}{12}\times\frac{10}{12}\times\frac{9}{12}\times\cdots\times\frac{12-(n-1)}{12}=\frac{{}_{12}P_n}{12^n}$$

ここで，$1-p>\frac{1}{2}$ ですから，$p<\frac{1}{2}$ となるnを求めればいいことになります。

これを求めるには，例えば常用対数なんかを使うことも考えられますが，でもこの場合のnは，$1\leqq n\leqq 12$ ですから，単純に$n=1,2,3,\cdots$と代入をして，計算した方が速そうです。

電卓で計算して表を作ると右のようになります。

人数	1	2	3	4	5	6
確率	1	0.92	0.76	0.57	0.38	0.22

これから，$n\leqq 5$ となります。

なお，ここで「3 の発想」として，
人数が多くなると次第に確率は小さくなるだろうかと疑問をもってください。
当たり前のようにも思えますが，調べてみましょう。$p=p_n$ として数列と考えれば,

$$p_{n+1}=p_n\times\frac{12-n}{12}=p_n\left(1-\frac{n}{12}\right)<p_n$$

このように評価することもできます。この評価も大学受験では数列の項の値の最大値を求めるときに使われます。

なお，星座ではなく，この問題を誕生日にして同じ誕生日の人が 2 人以上いる確率が$\frac{1}{2}$を超える場合の最少人数は 23 人になります。70 人の場合の確率は 0.99 となり，ほぼ同じ誕生日の人がいるということになります。

【問題７】

有名な問題なので，みたことがある人はいるでしょう。

この問題はページ番号の合計を求めるわけですから数列の問題です。

ページ数をnページとします。そうすると,

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$（自然数の和の公式でしたね）

これから,

$$\frac{1}{2}n(n+1)>2200$$

すなわち　$n(n+1)>4400$

これを満たすnは何でしょう。群数列でこのような問題がありましたね。

大雑把に，$n(n+1)$ を n^2 くらいに考えてしまうと，$n=20\sqrt{11}$ 。$\sqrt{11}$ は $\sqrt{10}=3.16$ より大きい数ですから，3.2 ぐらいで考えて，$n=64$ としてみます。

$$64\times65=4200\qquad 65\times66=4290\quad 66\times67=4422$$

この本のページ数は 66 ページ以上ということになります。

次にこの本の体裁を考えてみます。本の頁(ページ)割は,

①表紙⇒目次⇒1 頁⇒2 頁⇒…

②表紙⇒1 頁⇒2 頁⇒…

2 種類予想できます。①の場合，「奇数頁+偶数頁」が破られ，②の場合，「偶数頁+奇数頁」が破られます。
それぞれで考えてみましょう。

①「奇数頁+偶数頁」のとき

破かれた頁を$2k-1, 2k$ とします。最終頁の 1 枚を 65-66 とすると$1 \leqq k \leqq 33$ となります。

このとき，次の式が成立します。

$$\frac{1}{2}\times 66\times 67-\{(2k-1)+2k\}=2200$$

これから，$4k=12 \quad \therefore \ k=3$

すなわち，5 ページと 6 ページの 1 枚が破かれたことになります。

次に，最終頁の 1 枚のページを 67-68 とすると，$1 \leqq k \leqq 34$ となります。

$$\frac{1}{2}\times 68\times 69-(4k-1)=2200$$

$4k=78$ より不適です。

69-70 のときは，$\frac{1}{2}\times 70\times 71=2485$

最後の 1 枚 69-70 を破っても 2200 を超えているのでこれ以上は考える必要はありません。

②「偶数頁+奇数頁」

表紙を 0 ページとします。破かれた頁は$2k-2, 2k-1$（$k \geqq 1$）と表せます。

最終頁の 1 枚を 66-67 とすると$1 \leqq k \leqq 34$ となります。

$$\frac{1}{2}\times 67\times 68-\{(2k-2)+(2k-1)\}=2200$$

$4k=81$　これは不適です。

最終頁の 1 枚を 68-69 とすると$1 \leqq k \leqq 35$ となります。

$$\frac{1}{2}\times 69\times 70=2415$$

最後の 1 枚 68-69 を破っても 2200 を超えているのでこれ以上考える必要はありません。

以上より，破られたページは，5 ページと 6 ページの 1 枚になります。

なお，最初の思考の始まりを次のようにしてみましょう。

最後のページ番号をn とすると，ページ数の合計は,

$$\frac{1}{2}n(n+1)$$

になります。このとき, 破れたページが最後の 1 枚ならば，$n-1$ ページとn ページが破られたことになります。
最初のページは，0-1 または 1-2 ということになります。したがって,

$$\frac{1}{2}n(n+1)-\{(n-1)+n\} \leqq 2200 \leqq \frac{1}{2}n(n+1)-(0+1)$$

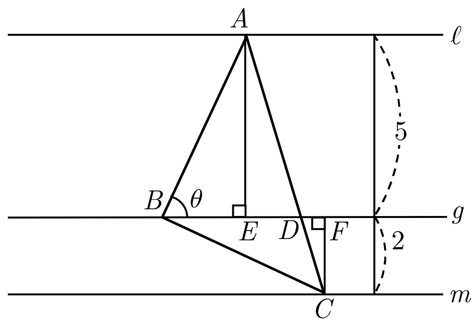
これを満たす自然数n は 66 と 67 だけです。後はこの 2 つのページで場合分けをすればいいことになります。「3 の発想」でちょっと思考法を深めると別の道が開かれるのです。

ところでこの解答では最後のページが白紙(裏表紙)になっている場合は考えていません。出題者の意図を慮ることは必要でしょうか？。

【問題８】　　…(答) $\dfrac{29}{7}$

三角比で解いてみましょう。

頂点A，頂点Cから直線gに下ろした垂線と直線gとの交点をそれぞれE，Fとします。



$\angle ABD=\theta$ とすると，$\angle CBD=90^\circ-\theta$

$\dfrac{AE}{AB}=\sin\theta$　より，$AB=\dfrac{AE}{\sin\theta}=\dfrac{5}{\sin\theta}$

$\dfrac{CF}{BC}=\sin(90^\circ-\theta)$　より，$BC=\dfrac{CF}{\sin(90^\circ-\theta)}=\dfrac{2}{\cos\theta}$

AB＝BCであるから，$\dfrac{5}{\sin\theta}=\dfrac{2}{\cos\theta}$　　$\therefore\quad \tan\theta=\dfrac{5}{2}$

よって，$\cos^2\theta=\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{4}{29}$　　ここで，$0^\circ<\theta<90^\circ$　より　$\cos\theta>0$

$\therefore\quad \cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{29}}$，$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$

これから，$AB=\dfrac{5}{\sin\theta}=\sqrt{29}$

また，$BE=AB\cos\theta=2$　　$BF=BC\cos(90^\circ-\theta)=\sqrt{13}\sin\theta=5$

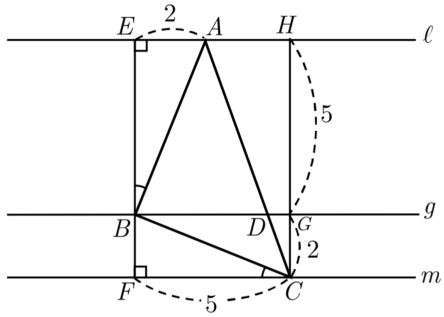
これから，$EF=AF-AE=3$

ここで，$\Delta ADE\backsim\Delta CDF$であるから，$ED:DF=AE:CF=5:2$

$ED=\dfrac{5}{7}EF=\dfrac{15}{7}$　　以上より，　$BD=BE+ED=\dfrac{29}{7}$ …(答)

このようになったでしょうか。もちろん正しい答えなのですが，この問題は中学校の入試で出題されたものなのです。そうなると状況は違ってきます。三角比による解答はありえないのです。

別解を考えてみましょう。



点Bから直線ℓ，直線mに下ろした垂線と，直線λ，直線mと交点をそれぞれE，Fとします。

２つの直角三角形のΔABEとΔBCFにおいて，

$\angle ABE=90^\circ-\angle ABD=\angle DBC=\angle BCF$

$AB=BC$　より，$\Delta ABE\equiv\Delta BCF$

したがって，$AE=BF=2$，$FC=BE=5$

$AH=EH-EA=3$

点Cから直線ℓに下ろした垂線と，直線ℓ，直線gとの交点をそれぞれH，Gとすると，

$CH:CG=AH:DG=7:2$　より，$DG=\dfrac{2}{7}AH=\dfrac{6}{7}$

$\therefore\quad BD=BG-DG=5-\dfrac{6}{7}=\dfrac{29}{7}$　　…(答)

高校生であれば，三角比を用いて解く，これは正しい選択です。ただ，三角比で解答を担保したあとに，別の方法がないかとさらに考えてみるのが「3の発想」なのです。問題の解答前，解答後，考えるタイミングはどちらでも構いません。この問題であれば，三角比による解答方針が浮かんだら，三角比ってなんだったろう，直角三角形の２辺の関係，図形の相似比で求められないか，と思考を巡らしていくのです。1分のちょっとした時間でも大きな変化につながるものです。

【問題９】

数学の分野の中にグラフ理論というものがあります。論理をグラフ(チャート)にすることで整理するのですが，実は，大学入学共通テストの試行(調査)問題でもこの思考法が扱われています。試行錯誤を繰り返していけば答えは導き出せます。そのあと，解法から無駄な部分をそぎ落として整理をすると次のような解答になります。

当然、最初にボートに乗せるのは W です。A はボートの中でより 2 人の距離を縮めようとするでしょう。島に到着したら、一人で岸まで戻り、折り返し B を乗せて運びます。島についたら、一人で戻ってしまうと B と W が一緒にいる時間ができるため、二人を離すため、W に「途中でイルカの群れが泳いでいたよ。見てみない。」とでもいって、ボートに乗せ、一緒に岸まで戻ります。岸についたら、W を降ろし、C を乗せて島まで運んだら、全速力で岸に戻り、最後に W を乗せてからゆっくりとデート気分で遊覧をすればいいのです。

さて，このような解答になりましたか。ではこれをチャートで示して整理します。

1 回の川の移動で，手前の岸と向島の岸のメンバーを次のように表します。

手前の岸に B と W，向島に A と C がいる場合は　$BW \Leftrightarrow AC$

誰も岸にいないような場合は，$ABCW \Leftrightarrow 0$　であり，$0 \Leftrightarrow ABCW$ にできれば移動が終ったことになります。樹形図として考えて下のチャートの動きを追ってみてください。

$\boxed{ABCW \Leftrightarrow 0}$ ↗ $CW \Leftrightarrow AB$

$\boxed{ABCW \Leftrightarrow 0}$ → $\boxed{BC \Leftrightarrow AW}$ → $\boxed{ABC \Leftrightarrow W}$ ↗ $\boxed{C \Leftrightarrow ABW}$ → $\boxed{ACW \Leftrightarrow B}$ ↘ $\boxed{W \Leftrightarrow ACB}$ → $\boxed{AW \Leftrightarrow CB}$ → $\boxed{0 \Leftrightarrow ABCW}$

$\boxed{ABC \Leftrightarrow W}$ ↘ $\boxed{B \Leftrightarrow ACW}$ → $\boxed{ABW \Leftrightarrow C}$ ↗ $\boxed{W \Leftrightarrow ACB}$

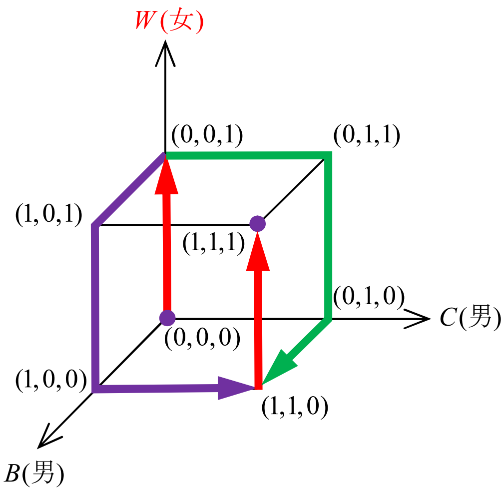
$\boxed{ABCW \Leftrightarrow 0}$ ↘ $BW \Leftrightarrow AC$

ではこれを視覚的に捉えてみましょう。A は常に線の上を移動しているため考える必要はないので、残りの B,C,W を成分とする空間 (B,C,W)を作ります。

各成分が 0 のときは手前の岸に、1 のときは向こう岸にいるとしましょう。例えば、(0,1,1)は、B が手前の岸、C,W が向こう岸にいることを意味します。問題は、(0,0,0)から(1,1,1)の経路の移動を求めることになります。

これを右図のように空間座標の点とみて，図の立方体の辺の移動として考えます。

この中で、条件に反する経路は除きます。例えば、(1,0,1)→(1,1,1)は、C が向こう岸に移動する間、B と W は一緒にいることになるため認められません。すなわち、BW または CW の行き来の両端点の座標で, 数 0,1 が一致している辺は通れないことになります。そうして作った経路が右図であり、これから容易に移動方法を読み取ることが可能なのです。



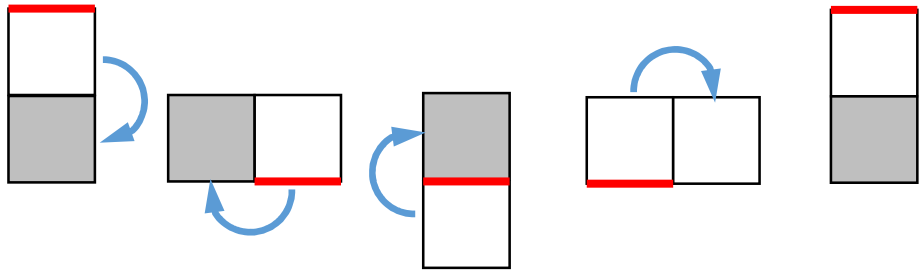
ちなみにこの問題の出典は古く、8 世紀の頃に「ある農夫がオオカミとヤギとキャベツを川向うまで舟で運ぶにはどうすればいいか」(オオカミはヤギを食べ、ヤギはキャベツを食べる)という内容で当時の大帝への娯楽用問題としてお抱えの数学者が考えたものであり、川渡り問題と呼ばれています。みなさん用にアレンジしてみました。興味のある人は次の問題も考えてみましょう。

3 組の男女のカップル A-a,B-b,C-c が 2 人乗りのボートで向こう岸まで渡りたい。ボートは 6 人全員が漕ぐことができるものとする。ただし、どの彼氏もみなヤキモチであるため、自分がいないときに彼女が他の男と一緒にいることは絶対に認めない。このわがままな要求を満たし、全員が川向うまで渡るためにはどのようにボートに乗り移動すればいいだろうか。

【問題 10】

数学では実際に検証するということも大事な数学活動です。
コインを用意して実験してみてください。そうすると 2 回という解答が得られるはずです。
ではなぜそうなるのか，次に考えてください。

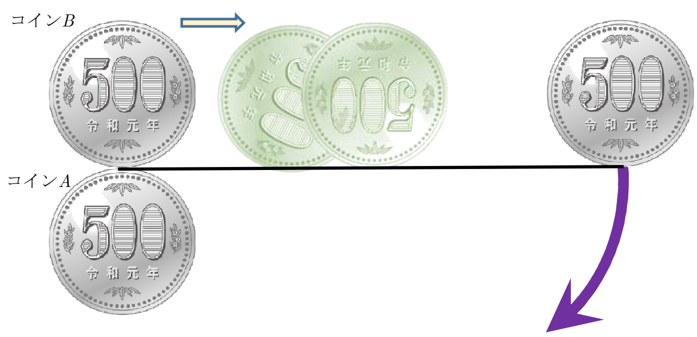
そこで，円ではわかりにくいので，例えば，正方形ではどうかと考えます。正方形の周りに同じ大きさの正方形を角(カド)を中心にして回転させてみてください。ただし，実験はしないように。図をかいたり，できれば頭の中で動かしてみてください。1 つのカドで180° 回っているので 1 周するまでに 720°，すなわち 2 回転することが分かるでしょうか。



それでは，最後に円(コイン)で考えてやはり 2 回転することを示してください。
三角比のツールでガチガチ計算すると答えは得られますが，みなさんにいま求められている発想・判断力といった思考力を駆使することです。どうですか，できそうですか。

そこでちょっと発想を変えて，まずコインを線分に沿って回転させてみましょう。
説明し易くするために，固定するコインを A，A の円周上を転がすコインを B とします。
コイン A の円周の長さの線分を用意します。その端にコイン B を置き，線分に沿って転がしましょう。線分のもうひとつの端まで転がすとコイン B は何回転していますか。面倒に考えないでください。もちろんコインは一回転します。まっすぐな線分では予想通りの結果になります。では，これをコイン A の周りに回すとなぜ 2 回転になるのでしょう。

もう少し分かり易いイメージを作ってみましょう。コイン A の周りに紐をぐるっと一周させて巻き付けます。イメージで巻き付けてください。次にこの紐の端を固定して真っすぐに伸ばし，紐の端を出発点にしてコイン B を転がします。コイン B が 1 回転するイメージが浮かびましたか。では，次にコイン A の周りに紐の端とコイン B を指でもち(もちろんイメージで)，紐をコイン A にもう一度巻き付けてください。どうですか，コイン B はさらに一周しませんか。イメージできない人は，下の図を参考にしてください。



結論です。実はこれ, 自転と公転の問題なのです。
円周の長さの線分上でコイン B を転がすと 1 回転(自転)しますが，これをさらに，コイン A の周りに巻き付ける(公転)と，さらに 1 回転し最終的に 2 回転するのです。これは，数学では,

具体的モデルでの検証
⇒ 一般的事象での推測
⇒ 論理的な証明

という流れであり，このような思考を養うことが「3 の発想」なのです。

もう，みなさん次の問題の答えはすぐに分かりますね。

(a) 半径 2 の円の外側で円周に沿って半径 1 の円を一周させると何回転するか
(b) 半径 2 の円の内側で演習に沿って半径 1 の円を一周させると何回転するか。

※問題 10 は，次の本に掲載されています。
「通勤数学 1 日 1 題 」(亜紀書房)　岡部恒治著

あとがき

2020 年 4 月，前月から徐々に北海道で感染が広がったコロナウィルスは日本中に蔓延し，新学期の登校ができなくなり，家庭学習を余儀なくされる事態となりました。当初は，1 ヶ月程度と考えていた臨時休校は，ゴールデンウィークが明けも収まる気配は見えず，結局，休講解除まで 2 ヶ月を要することになりました。

勤務校では，数学通信を発行，動画の発信等のオンラインによる取り組みが行われ，会議や数実研の研究会もリモートでの開催になりました。皮肉なもので，Zoom，動画ソフトの導入，プロジェクタクー，クロームブックの機器購入など，コロナ感染前は遅々として進まなかった IT 環境が一気に整備されました。

一方では，外出自粛により強いられ巣ごもりにより，誰もがネットに深く籠もるようになりました。ちょっとした事件でもネットで晒され，ソーシャルディスタンスのみならず，人間関係の距離もギスギスしたものになったのではないでしょうか。

数実研の研究会は，現場での授業の工夫，苦労，取り組みを，三密，濃密の中でワイワイガヤガヤとオフラインで議論する実践が評価されました。参加者の表情，感情といった，触れ合うことでしか感じることができない温かみをリモート会議で得ることは難しいのではないでしょうか。オンラインの「数学のいずみ」はオフラインの研究会の熱量の発信です。二次元のデータベースになってしまわぬよう，再開できることを心待ちにしております。

さて，本レポートの元となるのは，勤務校の 3 年生(2021 年度の大学共通テスト受験生)に，「思考，判断，表現」の 3 つの力の磨き方として発信した課題を加筆したものです。発信にあたって，生徒に向けた言葉を最後に掲載します。

学校が臨時休校になり，2 ヶ月が過ぎました。ゴールデンウィーク明けには学校が再開できるかなと思っていたら，残念ながらコロナの新規感染者は減少することはなく，また 1 ヶ月の休校措置になりました。とても残念です。コロナ疲れでストレスは増大し，限界を感じている人もいるでしょう。不思議なもので，人って忙しいときにはさらに忙しくなれるのに，なにもないときはなにもしたくないものです。思うにそれは目標の不在が原因なのでしょう。

短期であれ長期であれ，目標の中間達成地点(mile-stone)というのを人は意識するものです。諸君の目標は「充実した最後の学校生活，そのあとの進路実現」ということだと思いますが，そこに到達するための mile-stone がいまポカンと穴があいてしまったのではないでしょうか。学校祭，高体連・高文連，学習進度の評価や確認といった通常の学校生活では当たり前のことがコロナのせいで，すべて先が見えなくなってしまいました。

ではどうすればいいかということになります。よく，ピンチをチャンスに変えろ！といいます。でもピンチと思うことがすでに悲観的発想なのかもしれません。この世の出来事はすべて自分にとってチャンスと考えましょう。あなたが道を歩いていて石ころに躓いたら，不運と思うのではなく，ラッキーと考えるのです。いま躓いたから，日頃慌て者の自分を振り返ることができた，起こるかも知れなかった大きな事故を防ぐことができた，そう自分にとって都合よく捉えるのです。今回のコロナもそうです。もちろんコロナウィルスに感染した人，亡くなられた人がいる悲惨な現状です。そのことはしっかりと受け止めて，いまだからできることをしていきましょう。

最後にコロナで店を閉めることになった店主のお話をしましょう。

札幌の大通り界隈に「大漁居酒屋てっちゃん」という店があります。店内はまるで縁日のように懐かしいお面，おもちゃが壁や床に所狭しと飾られている昭和のレトロな雰囲気が味わえる食事処です。1 人前が通常のお店の 3 人前の量で，店主の美味しいものを安価で味わって欲しいという心意気が嬉しいお店でした。店内では，知らないお客同志が肩を寄せ合い，帰る頃には知り合いになっているという，今でいう三密のお店です。三密は，本当はいい意味でとっても大事なことなのですが。そのお店が，外出自粛のため客足が途絶え，とうとう，4 月 11 日に店を閉めることになりました。店主の阿部鉄男さん(71 歳)はテレビの取材にこう答えていました。

> 私は気力の衰えもあって退くが、この苦境を乗り越えた店は必ず成功します。
> 新しい発想で取り組んでください。

まだ続く休校はみなさんにとってチャンスなのです。
チャンスを活かし，てっちゃんが後押ししてくれる希望を信じ，
成功を掴み取りましょう！

Fuminori Nakamura