

構造物と数学

～トラス橋と三角形～

北海道熊石高等学校 工藤 大輔

本校では数学 A を第 3 学年において実施している。平面図形の授業で三角形が身の回りであることを知らない生徒が多い。そこで、卒業後札幌等に出る生徒も多いことから、かつて数学 B でベクトルの合成と分解の授業で扱った「トラス構造」を平面図形でも扱ってみた。物理 I を選択している生徒はいないが、昨年度数学 B でベクトルを扱っているため、各部材に働く力についても簡単に触れてみた。

1 橋の種類

道路橋や鉄道橋の多くは、橋台間に桁を渡した「桁橋（ガーター橋）」であるが、需要に応じた規模、気象条件、コスト、景観等への配慮から、橋の種類は決定する。

その他として、白鳥大橋（室蘭市）などの吊り橋やミュンヘン大橋（札幌市）などの斜張橋、そして「トラス橋」がある。



図 1 桁橋（ガーター橋）

2 トラス構造の橋

部材の節点をピンやボルト等で止め、三角形を基本にした構造をトラス構造という。トラス構造は、体育館の骨組やテレビ塔、送電鉄塔などで見られる。

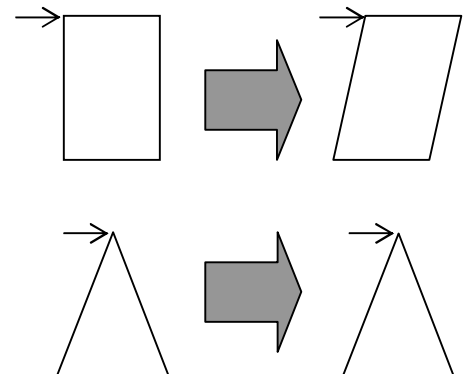
桁部分にトラス構造を用いた橋を、「トラス橋」という。トラス橋は自重は軽いが構造的な安定度は高く、また鋼材のみで構成されているため、建設費用も抑えられる。



図 2 代表的なトラス橋（ワーレントラス）

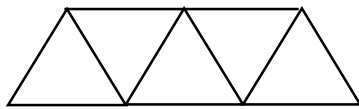
3 三角形は安定した形

四隅をピンで接合された長方形構造の場合、横から力を加えると、長方形が崩れて平行四辺形になる。三角形構造の場合、同様の力を加えても、曲げる力が生じないため変形しにくい。また、ピン接合のため、曲げによるモーメントを考えなくても良い。さらに、部材の軸方向に働く力（＝軸力）で全てを扱えるという利点もある。ちなみに、軸に対し垂直に働く力は、点付近にある部材の軸力を考えると良い。

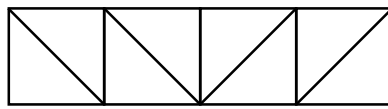


4 橋でよく使われるトラス構造

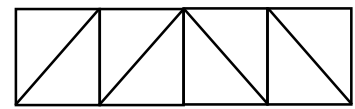
橋梁では、次の3種類の構造がよく使われる。全て三角形を基本とした構造である。



ワーレントラス



プラットトラス



ハウトラス

5 軸は引っ張られるのか、圧縮されるのか

次のようなトラスの **AB** 部材の部材力 D_1 と、**AC** 部材の部材力 L_1 を求める。

まず外力の釣り合いから、反力 H_A, V_A, V_E を求める。(E はローラー支点といい、水平方向の反力は生じない。またAはヒンジ支点という。A, Eとも回転モーメントによる反力は生じない。)

$$H = 0 :$$

$$H_A = 0 \text{ [kN]}$$

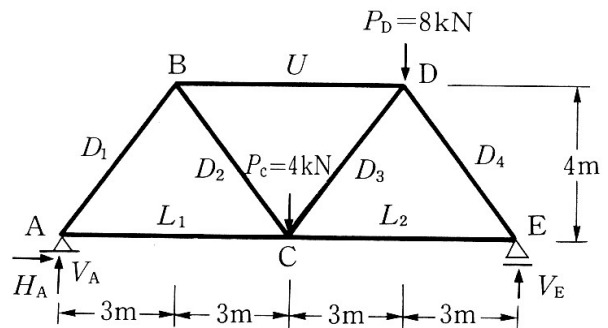
$$V = 0 :$$

$$V_A + V_E - 4 - 8 = 0$$

$$V_A + V_E = 12 \quad \dots\dots$$

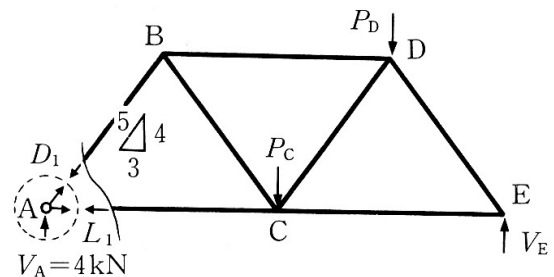
$$M_{\text{at A}} = 0 :$$

$$4 \cdot 6 + 8 \cdot 9 - V_E \cdot 12 = 0 \quad \dots$$



①、②から、 $V_A = 4 \text{ [kN]}$ $V_E = 8 \text{ [kN]}$

次に点Aを自由物体（周囲から拘束されず、空間に浮いている物体）として取り出し、 D_1 と L_1 を切り離す。切り離す前と力学的には変化はないので、3力を受けて静止しているはずであるので、水平方向、鉛直方向とも力は釣り合う。



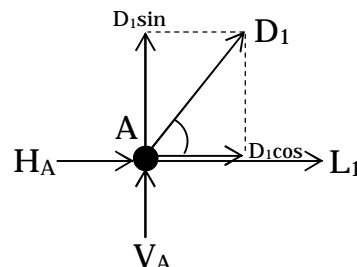
D_1, L_1 ともに引張力とする。 $\angle BAC =$ とおくと、

$$H = 0 :$$

$$H_A + L_1 \cos \theta = 0 \quad \dots\dots$$

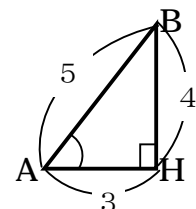
$$V = 0 :$$

$$V_A + D_1 \sin \theta = 0 \quad \dots\dots$$



ここで、B から AC に下ろした垂線の足を H とすると、 $AH = 3$,

$BH = 4$ より、 $AB = 5$ であることがわかり、 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\cos \theta = \frac{3}{5}$ である



るので①、②は、

$$H_A + L_1 + \frac{3}{5} D_1 = 0 \quad \dots\dots$$

$$V_A + \frac{4}{5} D_1 = 0 \quad \dots\dots$$

いま、 $V_A = 4$ 、 $H_A = 0$ より、 $D_1 = -5$ [kN]、 $L_1 = 3$ [kN]であることがわかる。

$D_1 < 0$ より、 D_1 の部材には圧縮力がかかっていることがわかる。これらを各接点ごとに行うことにより、全部材にかかる軸力を求めることができる。

6 橋梁で見かける図形

トラス構造のみならず、橋梁では三角形を応用しているものがある。

ミュンヘン大橋などの「斜張橋」は、主塔と呼ばれる塔から桁全体にケーブルを複数本張り、その張力で桁を支えている。ケーブルは直接桁につながっている。支間長を長くするほど、主塔を高くする必要があるため、場合によっては吊り橋のほうが有利となる場合もある。



また夕張市のシューパロ湖に架かる旧森林鉄道の「三弦橋」は、トラス橋であるが、梁を四角錐に組んだものを連結している。このため、強度をより確かなものとすることができる。



このように橋梁等の構造物の多くは、図形の性質を上手に利用したり、美しい景観を作り出したりしているのです。